Vorlesung „Risikomanagement und Unternehmensfinanzierung“

Hans Rau-Bredow

hans.rau-bredow@uni-wuerzburg.de↑

Universität Würzburg

Wintersemester 2020/2021

https://wuecampus2.uni-wuerzburg.de/moodle/course/view.php?id=40779

Gliederung

Basisliteratur

Hull, John: Optionen, Futures und andere Derivate (Options, Futures and Other Derivatives)

Bei der Erstellung dieses Foliensatzes wurde die deutsche Ausgabe von 2015 (9. Auflage) benutzt. Da sich die Nummerierung der Kapitel von Auflage zu Auflage ändert, hier zum Vergleich das Inhaltsverzeichnis dieser Ausgabe:

http://d-nb.info/1075875099/04↑

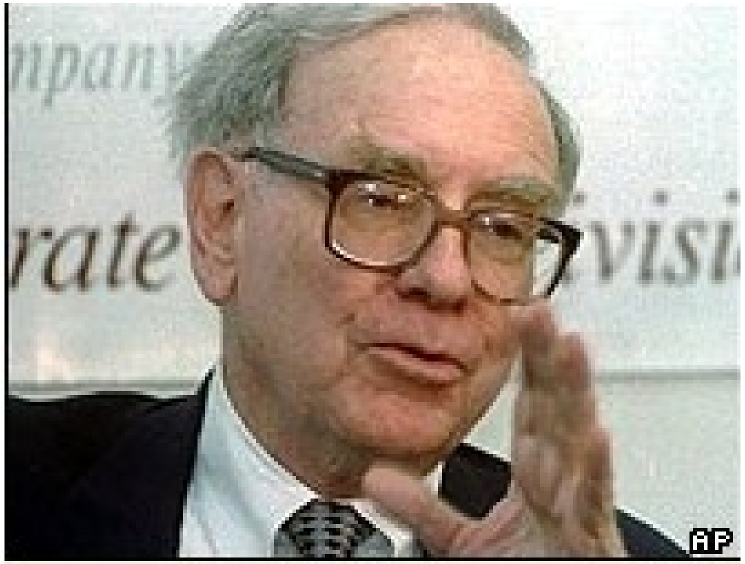
Weitere zitierte Literatur:

- **Ahn, D. P. (2018): Principles of commodity economics and finance, MIT Press.**
- **Artzner, P., F. Delbaen, J. Eber, D. Heath (1999): Coherent Measures of Risk. In: Mathematical Finance. Vol. 9, No. 3, 1999, S. 203–228.**
- **Black, F., M. Scholes (1973): The Pricing of Options and Corporate Liabilities. In: Journal of Political Economy. 81, 3, S. 637–654.**
- **Black, F. (1989), How We Came up with the Option Formula, The Journal of Portfolio Management, Vol. 15, Winter, S. 4-8.**
- **Cox, J. C., S. Ross, M. Rubinstein (1979): Option Pricing: A Simplified Approach. In: Journal of Financial Economics. Nr. 7, S. 229–263.**
- **Dennin, T. (2010): Lukrative Rohstoffmärkte: ein Blick hinter die Kulissen, FinanzBuch Verlag**
- **Fama, E. F. and K. R. French (1987): Commodity Futures Prices: Some Evidence on Forecast Power, Premiums, and the Theory of Storage, in: The Journal of Business, Vol. 60, Nr. 1 (Jan., 1987), S. 55-73**
- **Kaldor, N. (1939): Speculation and Economic Stability, in: Review of Economic Studies, vol. 7, issue 1, S. 1-27**

- **Kern, A. (2010): Commodity Futures - Enhanced Strategien zur Performancesteigerung?**
- **Keynes, J. M. (1930): A Treatise of Money, Volume 2.**
- **Kolb, R. W. (1992): Is Normal Backwardation Normal?, in: The Journal of Futures Markets. 12 (1992), S. 75–91**
- **Lewis, M. (2007): The universe of commodity indices. Commodity Now 11, 40–46.**
- **Merton, R. C. (1973): Theory of Rational Option Pricing. In: The Bell Journal of Economics and Management Science. 4, S. 141–183.**
- **Milonas, N. T.; Thomadakis, S. B. 1997: Convenience yield and the option to liquidate for commodities with a crop cycle, in: European Review of Agricultural Economics 24 (2), 267-283**
- **Rau-Bredow, H. (2019): Bigger Is Not Always Safer: A Critical Analysis of the Subadditivity Assumption for Coherent Risk Measures. In: Risks. 7, Nr. 3, 2019**
- **Rau-Bredow, H. (2020): Value at Risk and Diversification↑**
- **Samuelson, P. (1965): Proof That Properly Anticipated Prices Fluctuate Randomly. Industrial Management Review, 6, 41-49.**
- **Speck, Dimitri (2014): Geheime Goldpolitik: Warum und wie die Zentralbanken den Goldpreis steuern**

Einführung

a) Definition von Forwards/Futures und Optionen



“Derivatives are financial weapons of mass destruction”

Warren Buffett

05.08.2013 14:47

GUTE DERIVATEGESCHÄFTE

Starinvestor Buffett scheffelt Milliarden

Berkshire Hathaway

Buffett verliert mit Derivaten zwei Milliarden

Samstag, 05.11.2011, 10:49

Derivate

Forwards/Futures (Terminkontrakte)

zweiseitig verpflichtend

Optionen

einseitig verpflichtend

Call / Kauf-option

Put / Ver-kaufsoption

Forwards vs. Futures

Forwards: **Außerbörslich (over the counter (OTC) gehandelte Terminkontrakte, nicht anonym**

Futures: **Börsengehandelte Terminkontrakte (standardisiert, z.B. Fälligkeiten am 3. Freitag im März/Juni/September/Dezember), anonym**

G20 Zielvereinbarung Pittsburg von 2009: Kein OTC-Handel für standardisierte Derivate, zentrales Clearing.

Forwards/Futures (Zeitachse)

t = 0 Vertragsabschluss

In der Regel Stellung von Sicherheiten (Margin-Verpflichtung) erforderlich. Bei börsengehandelten Futures: Tägliche Abrechnung von Gewinnen und Verlusten

t = T Fälligkeit

- Zahlung des in t = 0 vereinbarten Preises F_0

- Lieferung des definierten Wirtschaftgutes (Qualität?, Lieferort?) oder Barausgleich

Eier-Future

- wurde im November 2013 an der chinesischen Warenbörse Dailan eingeführt

- ein Kontrakt umfasst 5000 kg «frische Hühnereier»

- 80% der Eier müssen innerhalb einer der fünf Gewichtsklassen – von S bis XXL – liegen

- weniger als 5% der Eier dürfen Risse in den Schalen oder andere Defekte aufweisen.

Quelle: nzz.ch 8.8.2015 „Unter Exoten“↑

Agrar-Terminmarktnotierungen vom 26. März 2013

Weizen MATIF €/t	
Mai 13	243,25
Nov 13	214,75
Jan 14	213,75
Mrz 14	213,00

Braugerste MATIF €/t	
Mrz 13	246,00
Mai 13	250,00
Nov 13	252,00
Jan 14	244,00

MATIF = Marché de Terme International de France

Barausgleich (cash settlement) versus physische Lieferung

- in vielen Fällen (etwa Futures auf Aktienindizes wie den S&P 500, die sich aus vielen Einzelwerten zusammensetzen) ist eine physische Lieferung des Underlying nicht praktikabel

- in diesen Fällen erfolgt statt dessen ein Barausgleich (quasi als „Schadensersatz“) in Höhe der Differenz zwischen vereinbarten Terminkurs F_0 und tatsächlichen Börsenpreis S_T bei Fälligkeit des Kontraktes

Barausgleich (cash settlement)

- ein Bauer hat im Januar ein Termingeschäft über den Verkauf (short) von einer Tonne Weizen im September zum Festpreis von F_0 = 200 €/t abgeschlossen.

- im September ist der Weizenpreis S_T = 193 €/t

- beim Barausgleich würde der Bauer dann $F_0 - S_T$ = 7 € aus dem Termingeschäft erhalten sowie 193 € Verkaufserlös erzielen (bei einem Weizenpreis von 206 €/t müsste er 6 € an seinen Kontrahenten zahlen)

Physische Lieferung

- Selbst wenn in den Kontraktbedingungen vorgesehen, ist physische Lieferung ein seltenes Ereignis. Die meisten Kontrakte werden vor Fälligkeit durch entsprechendes Gegengeschäft geschlossen (vgl. Hull Business Snapshot 2.1).

- Das bedeutet nicht zwingend, dass es sich immer um reine Spekulationsgeschäfte handelt. Der Kontrakt könnte trotzdem zu Hedging-Zwecken abgeschlossen worden sein.

Closing von Futures durch Gegengeschäft

t = 0   Kauf eines Futures zu F_0 = 120 € (Eröffnung (open) einer long Position)

t < T   Verkauf eines Futures zu F_t = 141 € (Schließung (close) der long Position durch eine gegenläufige short Position)

=> Verpflichtung zum Kauf des Underlying zu 120 € und Verpflichtung zum Verkauf zu 141 € heben sich gegenseitig auf und ergeben einen risikolosen Gewinn von 21 €

Optionen

Eine Option (von lateinisch "optare" = wählen) gewährt das Recht

- eine gegebene Menge eines bestimmten Vermögens-gegenstandes (Underlying)

- zu einem bestimmten Preis (Basispreis oder Ausübungs-preis, engl. strike price)

- zu einem bestimmten Zeitpunkt (europäische O.) / innerhalb eines bestimmten Zeitfensters (amerikanische O.)

- zu kaufen (Kaufoption) bzw. zu verkaufen (Verkaufsoption)

Optionen (Zeitachse)

t = 0 Vertragsabschluss

- Käufer zahlt Optionsprämie an den Verkäufer der Option (= Stillhalter, engl. underwriter)

t = T Falls die Option ausgeübt wird:

- bei Kaufoption: Zahlung des Basispreises an den Stillhalter, Stillhalter liefert den Vermögensgegenstand (bzw. Barausgleich)

- bei Verkaufsoption: Andienung des Vermögensgegenstand an Stillhalter, dieser zahlt Basispreis (bzw. Barausgleich)

Best Case / Worst Case

Art des Geschäftes:	***Max. Gewinn:***	***Max. Verlust:***
Kauf Call:	**unendlich**	**Optionsprämie**
Verkauf Call (Stillhalter):	**Optionsprämie**	**unendlich**
Kauf Put:	**Basispreis abzgl. Optionsprämie**	**Optionsprämie**
Verkauf Put (Stillhalter):	**Optionsprämie**	**Basispreis abzgl. Optionsprämie**
Kauf Future:	**unendlich**	**Terminkurs**
Verkauf Future:	**Terminkurs**	**unendlich**

Negativpreise

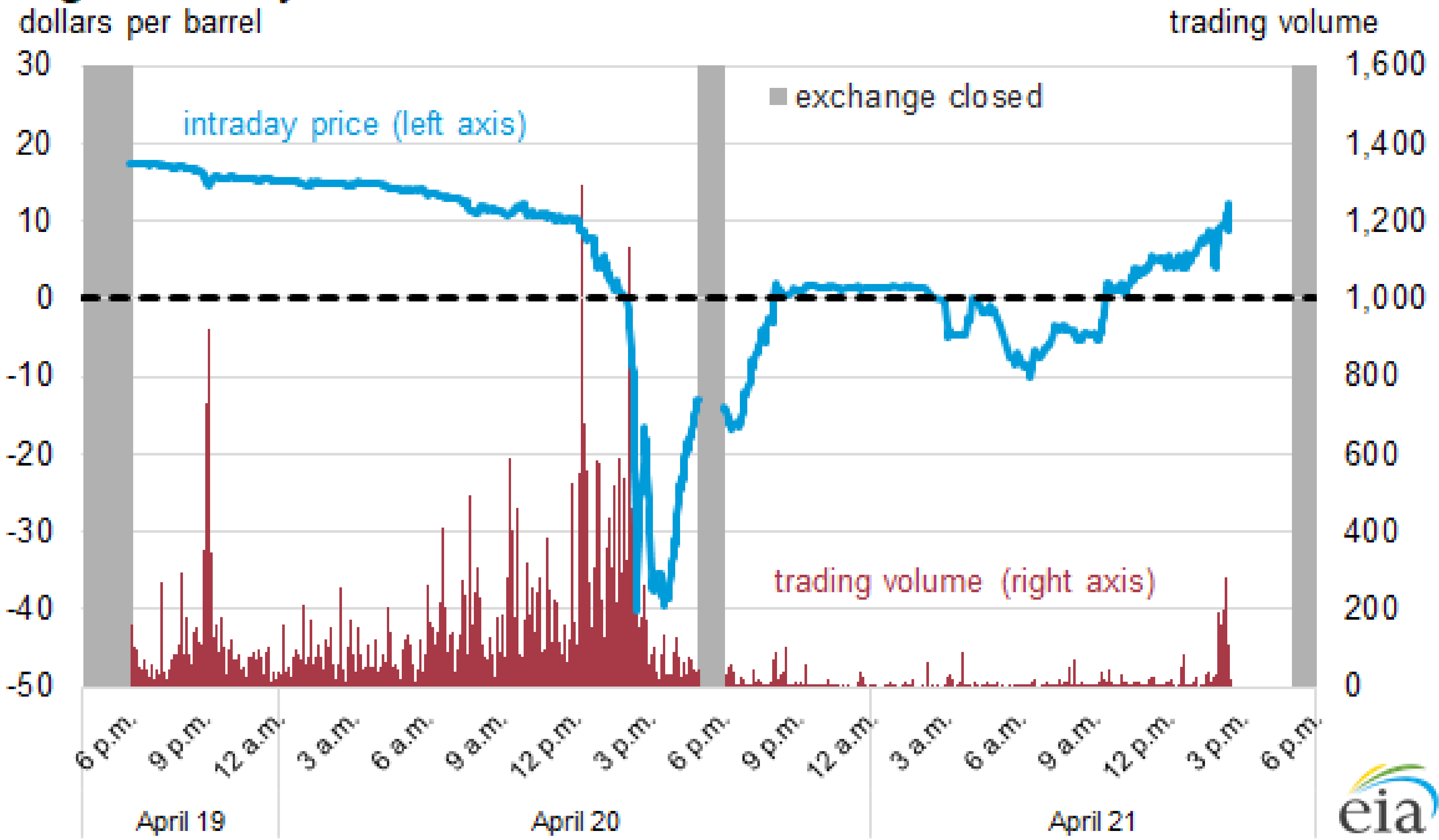
- die vorstehende Analyse unterstellt, dass keine Negativpreise für Wirtschaftsgüter vorkommen (z.B. maximaler Gewinn bei Kauf eines Puts = Basispreis minus Prämie).

- im April 2020 wurden jedoch für den im Mai fälligen Öl-Future negative Preise notiert (in der Spitze minus 40 $), mehr dazu↑ (später fällige Futures notierten durchgängig im Plus).

- Hintergrund waren die durch die Covid19-Pandemie ausgelösten globalen Einschränkungen der wirtschaftlichen Aktivitäten.

- der extreme Nachfrageschock führte zu einem Überangebot an Öl und zu knapp werdenden Lagerkapazitäten.

Figure 1. May 2020 West Texas Intermediate futures contract



Source: U.S. Energy Information Administration based on data from CME Group and Bloomberg, L.P.

Negativpreise (Fortsetzung)

- der entsprechende Öl-Kontrakt sah physische Lieferung im Mai 2020 vor. Inhaber einer long-Position mussten den Kontrakt also rechtzeitig (letzter Handelstag 21. April 2020) durch Verkauf schließen, um eine physische Lieferung und schwer kalkulierbare Lagerkosten zu vermeiden (link zu den Kontraktbedingungen↑).

- wer zu -40 $ einen Future kauft (Aufbau einer long-Position), erhält also Geld dafür, dass er sich verpflichtet, physisches Öl abzunehmen.

- Problem ist offensichtlich, dass Öl aus Umweltgründen nicht einfach entsorgt werden darf. Dagegen sind negative Preise z.B. für Weizen oder Gold schwer vorstellbar. Bei Strom-Futures kommen aber negative Preise gelegentlich vor.

b) Märkte für Derivate

Geschichte Termingeschäfte

- historisch zuerst für Agrarprodukte

- Termingeschäfte bereits in der Antike?

- Tulpenfutures in den Niederlande 17 Jh.

- Reis-Börse in Osaka/Japan geründet 1697 (existierte bis 1939) wird oft als erste organisierte Terminbörse genannt

- Einführung von Futures auf Rohöl in 1983

Wichtige Terminbörsen

- CME (Chicago Mercantile Exchange), seit 2007 mit Chicago Board of Trade (CBoT, gegründet 1848), Nymex und Comex

- EUREX (European Exchange / Frankfurt, gehört zur Deutsche Börse Group.)

- LIFFE (London International Futures & Options Exchange), jetzt als ICE Futures Europe Teil der Intercontinental Currency Exchange (ICE)

Volumen des Derivatemarktes

- Eine häufig zitierte Zahl beziffert den weltweiten Handel mit Derivaten auf 700 Billionen US-Dollar (wie gemessen?) (zum Vergleich: BIP USA ≈ 16 Billionen US-Dollar)
- Laut Bank für Internationalen Zahlungsausgleich (BIZ) beträgt 2018 der nominale Wert des globalen OTC-Marktes 544 Billionen US-Dollar und der Marktwert 9,6 Billionen US-Dollar www.bis.org/statistics/d5_1.pdf
- Umsatz Ölfuture ca. 1.000 Mrd Barrel/Tag, Fördermenge/Verbrauch ca. 100 Mio. Barrel/Tag (Faktor 10.000)

Höhere Volatilität durch Derivate?

- Bei Barausgleich keine direkten(!) Einflüsse auf den Kassakurs (Nullsummen-Spiel)

- Immer umfangreichere Termingeschäfte werden für Schwankungen und Preissteigerungen etwa auf den Getreide- oder Ölmärkten verantwortlich gemacht.

- Beispiel: Futures auf Zwiebeln in USA seit 1958 bis heute verboten www.die-bank.de/news/lehren-aus-dem-onions-futures-act-von-1958-2760/

- Gefahr der Marktmanipulation durch große Player ("Cornering" eines Marktes, z.B. Aufkauf von Silber durch die Gebrüder Hunt in den 1970er Jahren)

Spekulation gut oder böse?

- Spekulation als dezentrales Preisentdeckungsverfahren, bei dem die Preise Informationen über Ressourcen-knappheiten liefern, die einem zentralen Planer nie vollständig verfügbar sein können (F.A. Hayek 1899-1992).

- Andererseits: Herdenverhalten und irrationale Blasenbildung

Arbitrage

- Arbitrageure versuchen, durch geschickte Transaktionen einen risikolosen Gewinn („free lunch“) zu erzielen.

- Arbitrage führt zu einer Anpassung der Marktpreise, so dass solche risikolose Gewinnmöglichkeiten gerade verschwinden.

- in „arbitragefreien“ Märkten gibt es kein Portfolio, dass nur positive Auszahlungen (oder Chancen auf Auszahlungen), aber keine Einzahlungen beinhaltet.

- Arbitragefreiheit ermöglicht die Bewertung von Derivaten unabhängig von den Risikopräferenzen der Marktteilnehmer.

Carry-Trade-Arbitrage

- bei einem Carry-Trade wird ein Vermögensgegenstand in t = 0 zum Spot-Preis S_0 physisch erworben, gelagert, und zugleich zum Future-Kurs F_0 mit Fälligkeit T > 0 wieder verkauft.

- wenn der Erwerb durch Kredit finanziert wird, ist keine Auszahlung in t = 0 erforderlich.

- der Gewinn in t = T ist $F_0 - S_0$ abzüglich Zins- und Lager-kosten (wobei in arbitragefreien Märkten eben kein Gewinn möglich sein wird, woraus sich eine Obergrenze für F_0 ergibt)

Futures

a) Absicherungsstrategien (Hedging)

Absicherungsstrategien mit Derivaten

- Sicherung gegen Währungsschwankungen (Einnahmen in Fremdwährung, Ausgaben in Euro)

- Sicherung gegen Preisschwankungen bei Rohstoffen etc., zum Beispiel:
    - Landwirte, Goldminen (Absicherung gegen Preisverfall)
    - Fluggesellschaften (Absicherung gegen Preis-steigerungen bei Kerosin)

- Landwirte, Ölproduzenten, Goldminen etc. können Futures verkaufen (short), um sich gegen Preisverfall abzusichern

- Getreidemühlen, Raffinerien, Fluggesellschaften, Goldverarbeiter können Futures kaufen (long), um sich gegen höhere Einkaufspreise abzusichern

- wenn dann z.B. der Landwirt nach der Ernte seinen Weizen nur zu einem schlechten Preis verkaufen kann, dann werden die Verluste durch den Gewinn aus dem Future-Geschäft ausgeglichen

Hedging-Strategien in der Praxis

- Barrick Gold, weltgrößter Goldproduzent, hat sich lange Jahre gegen fallende Goldpreise abgesichert. Als der Goldpreis ab den 2000er Jahren stieg, wurde das Hedging auf Druck der Aktionäre aufgegeben vgl. Ahn 2018 S.95↑

- Der Mineralölkonzern Exxon Mobil hat in der Vergangenheit weitgehend auf Hedging verzichtet, da genügend Cash Reserven vorhanden waren, um mögliche Verluste auszugleichen Quelle: Bloomberg 2015↑

- Mexiko ist bekannt dafür, seine Öleinnahmen auf den Terminmärkten abzusichern. Quelle: Reuters 2019↑

Vor- und Nachteile des Hedging

(!) Irrelevanztheorem von Modigliani/Miller: Anleger können ihr Risikoexposure unabhängig von den Finanzierungsentscheidungen der Unternehmen bestimmen

(+) In der Praxis aber Kostenverteile der Unternehmen beim Hedging

(-) Andererseits können Anteilseigner einfacher diversifizieren als das Unternehmen

Vor- und Nachteile des Hedging (2)

(+) Glättung der Jahresgewinne durch Hedging ist bei eingeschränkten Verlustverrechnungsmöglichkeiten mit Steuervorteilen verbunden

(+) konstanter Cash Flow ermöglicht Innenfinanzierung von antizyklischen Investitionen

(+) Insolvenzrisko sinkt durch Hedging

(-) Market-Impact von Big Playern, Preisbildung dann nicht immer unabhängig von der Hedging-Strategie

Vor- und Nachteile des Hedging (3)

(-) Können alle Veränderungen der Einkaufspreise immer an die Kunden weitergegeben werden, dann ist kein Hedging notwendig und kann sogar zu vermeidbaren Verlusten führen (vgl. dazu Hull 3.2).

(-) Unternehmen sollen sich primär auf das operative Geschäft konzentrieren.

(!) Verluste aus Hedginggeschäften werden von den Anteilseignern anders wahrgenommen als Ausgaben für eine Versicherung, obwohl die Funktion die gleiche ist.

Basisrisiko

- Basis = Spotkurs des abzusichernden Assets minus Futures-Kurs des verwendeten Kontraktes (Hull 3.3)
- nicht immer ist ein Kontrakt a) auf das betreffende Asset und b) mit genau passender Laufzeit vorhanden:

zu a): Fluggesellschaften handeln z.B. mit Rohöl-kontrakten, relevant ist aber die Preisbildung von Kerosin.

zu b): Nur kurzlaufende Futures haben häufig eine ausreichende Liquidität. Bei langfristiger Absicherung muss dann immer wieder ein neues kurzfristiges Futuresgeschäft abgeschlossen werden: Stack and Roll (Hull 3.6)

b) Contango und Backwardation

Contango und Backwardation

Contango:

Der Futurekurs F_0 ist größer als der Spotkurs, S_0 also

$S_0 - F_0 < 0$ **(negative Basis)**

Backwardation:

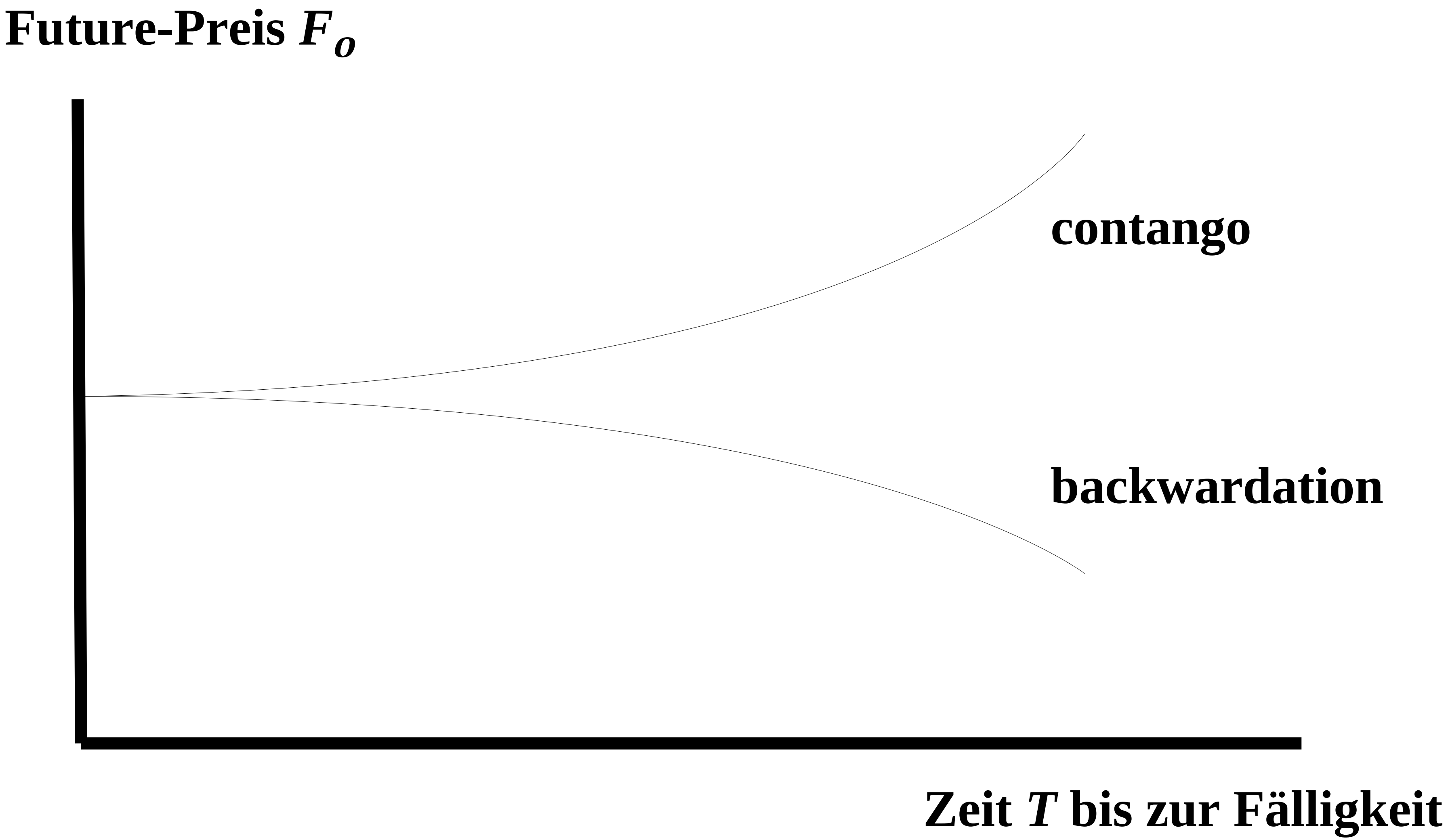
Der Futurekurs F_0 ist kleiner als der Spotkurs, S_0 also

$S_0 - F_0 > 0$ **(positive Basis)**

(Mögliche) Etymologie

Contango: Der Käufer will den Vertrag zunächst weiterlaufen lassen und zahlt einen Aufpreis dafür, erst später beliefert zu werden: "continue" > contango

Backwardation: Der Verkäufer möchte die Ware zurückhalten und liefert erst später, dafür aber zu einem günstigerem Preis: "hold back" > backwardation


Future-Preis F_o
contango
backwardation
Zeit T bis zur Fälligkeit

Gewinn/Verlust bei Kauf eines Futures

… ist die Differenz zwischen zukünftigen Spotkurs S_T in t = T und Futurekurs F_0 in t = 0 . Folgende Zerlegung ist möglich:

$$S_T - F_0 \quad = \quad S_T - S_0 \quad + \quad S_0 - F_0$$

mit:

$S_T - S_0$ **: Zufällige Veränderung des Spotpreises**

$S_0 - F_0$ **: „Basis“ = Differenz zwischen Spot- und Futurekurs in t = 0.**

Stack and Roll

t = 0	- Kauf eines in t = 1 fälligen Kontrakts
t = 1	- Schließen des in t = 0 gekauften Kontrakts - Kauf eines in t = 2 fälligen Kontrakts
t = 2	- Schließen des in t = 1 gekauften Kontrakts - Kauf eines in t = 3 fälligen Kontrakts
t = 3	usw.

Risiken aus der Terminkurve

t = 0 Spotpreis = 63 \$, 3-Monats Future = 62 \$

Kauf eines in t = 1 fälligen Kontrakts

t = 1 Spotpreis = 57 \$, 3-Monats Future = 61 \$

Schließen des in t = 1 gekauften Kontrakts (Verlust: 5 \$)

Kauf eines in t = 2 fälligen Kontrakts

t = 2 Spotpreis = 53 \$

Schließen des in t = 2 gekauften Kontrakts (Verlust: 8 \$)

=> Gesamter Verlust: 13 \$ je Barrel (bzw. 13.000 \$ bei 1.000 Barrel je Kontrakt), Spotpreis ist aber nur 10 \$ gefallen.

Erläuterung:

- in t = 0 kostet der Future nur 62 $ und ist damit 1 $ billiger als der Spotpreis (Backwardation)

- dieser billigere Einstieg reduziert in t = 1 den Verlust auf 5 $, obwohl der Spotpreis sogar um 6 $ gefallen ist.

- in t = 1 kostet der Future 61 $ und ist damit 4 $ teurer als der Spotpreis (Contango)

- der teuere Einstieg führt bei Fälligkeit in t = 2 zu einem Verlust von 8 $, obwohl der Spotpreis nur um 4 $ gefallen ist.

Metallgesellschaft 1993

(vgl. Hull 3.6, Business Snapshot 3.2, Dennin 2010 S.78ff.)

- langlaufende Lieferverträge zu Festpreisen wurden durch kurzfristige, revolvierende Futures (long) abgesichert.

- fallende Ölpreise führten zu hohen Margin-Calls, ohne dass die nötige Liquidität vorhanden war

- die Verluste mussten sofort in der Bilanz verarbeitet werden, ohne Gegenrechnung der zu erwartenden Gewinne aus den Lieferverträgen (> schlechteres Kreditrating)

- zusätzlich hatte sich die Terminkurve nach contango gedreht, daher Verluste bei jedem Rollen der Kontrakte.

c) Margin-Anforderungen und tägliche Abrechnung

Margins

- Damit die Handelsteilnehmer jederzeit ihren Verpflichtungen nachkommen können, müssen Sicherheiten (Margins) gestellt werden.

- Im Fall hoher Verluste sind die Handelsteilnehmer zu Nachschüssen verpflichtet (Margin Calls)

- Aus regulatorischer Sicht ist anzumerken, dass es denkbar ist, dass höhere Marginanforderungen systemische Risiken auch verstärken (vgl. Metallgesellschaft)

Tägliche Abrechnung (Hull 2.4)

- Kauf von 2 Gold Future Kontrakten (1 Kontrakt = 100 Unzen) für 1.250 $

- Initial Margin = 6.000 $ je Kontrakt => insgesamt 12.000 $ müssen mindestens auf dem Margin-Konto sein

- Maintenance Margin 4.500 $ je Kontrakt => Margin Call, falls Saldo < 9.000 $

- der tägliche Gewinn/Verlust ergibt sich aus der Differenz des Settlement Preises zum Vortag mal Kontraktwert 100 mal 2 Kontrakte

Day	Trade price ($)	Settlement price ($)	Daily gain ($)	Cumulative gain ($)	Margin account balance ($)	Margin call ($)
1	1,250.00				12,000	
1		1,241.00	−1,800	−1,800	10,200	
2		1,238.30	−540	−2,340	9,660	
3		1,244.60	1,260	−1,080	10,920	
4		1,241.30	−660	−1,740	10,260	
5		1,240.10	−240	−1,980	10,020	
6		1,236.20	−780	−2,760	9,240	
7		1,229.90	−1,260	−4,020	7,980	4,020
8		1,230.80	180	−3,840	12,180	
9		1,225.40	−1,080	−4,920	11,100	
10		1,228.10	540	−4,380	11,640	
11		1,211.00	−3,420	−7,800	8,220	3,780
12		1,211.00	0	−7,800	12,000	
13		1,214.30	660	−7,140	12,660	
14		1,216.10	360	−6,780	13,020	
15		1,223.00	1,380	−5,400	14,400	
16	1,226.90		780	−4,620	15,180	

Kontrollrechnung

- Einstiegskurs 1.250 $ - Ausstiegskurs 1.226,90 $ = 23,10 $

- Verlust: 23,10 $ * Kontraktwert 100 * 2 Kontrakte = 4.620 $

- Gesamte Einzahlungen auf das Margin-Konto:

12.000 $ + 4.020 $ (Margin Call) + 3.780 $ (MarginCall) = 19.800 $

- Schlusssaldo Margin-Konto: 15.180 $

- Verlust: 19.800 $ - 15.180 $ = 4.620 $ ok

Stimmen Forward- und Future-Kurse überein?

- Börsengehandelte Futures werden wie gezeigt täglich, OTC Forward Kontrakte dagegen erst bei Fälligkeit abgerechnet.

- Es ergibt sich ein Zinsvorteil bzw. -nachteil, wenn Gewinne bzw. Verluste zeitlich früher verbucht werden

- Man kann unterstellen, dass sich Vor- und Nachteile weitgehend aufheben (vgl. Hull 5.8 und Business Snapshot 5.2). Im folgenden wird daher angenommen:

Future Preis ≈ Forward Preis

d) Bewertung von Forwards und Futures

Bewertung von Forwards und Futures

- Es gelte Aktienkurs S_0 = 100 €, 3-Monat Futures F_0 = 105 €

- Es könnte sich lohnen, die Aktie auf Kredit zu 100 € zu kaufen und gleichzeitig für 105 € einen Future zu verkaufen (carry trade, vgl. S.30)

- Der Gewinn ist gleich Future-Preis F_0 abzüglich Kreditrück-zahlung in Höhe von S_0 zuzüglich Zinsen

- Marktkräfte werden dann jedoch dafür sorgen, dass S_0 steigt und F_0 fällt, bis kein Arbitragegewinn mehr möglich ist

- In arbitragefreien Märkten ist daher der aufgezinste Kassakurs eine Obergrenze für den Future-Preis:

$$F_0 \leq S_0(1+i)^T = S_0 e^{rT}$$

Anmerkung zur stetigen Verzinsung (vgl. Hull 4.2)

Ein Zins von 5% entspricht folgenden Effektivzins:

- bei <u>quartalsweiser</u> Zinsgutschrift: $$\left(1+\frac{0{,}05}{4}\right)^{4}-1 \;=\; 5{,}09\,\%$$

- bei <u>monatlicher</u> Zinsgutschrift: $$\left(1+\frac{0{,}05}{12}\right)^{12}-1 \;=\; 5{,}12\,\%$$

- bei <u>täglicher</u> Zinsgutschrift (z.B. bei bestimmten overnight Interbank-Kreditgeschäften):

$$\left(1+\frac{0{,}05}{365}\right)^{365}-1 \;=\; 5{,}13\,\%$$

- unterscheide „stetigen“ Zins r vom „ratierlichen“ Zins i

- beim stetigen Zins wird ein ununterbrochener, kontinuierlicher Zufluss unterstellt (anstatt zu diskreten Zeitpunkten)

- der Aufzinsungsfaktor pro Periode ist dann gegeben durch:

$\left(1+\frac{r}{n}\right)^n \rightarrow e^r$ für $n \rightarrow \infty$ und mit Eulersche Zahl $e = 2{,}718$

- e^{rT} ist entsprechend bei stetigen Zins r der Aufzinsungsfaktor für einen Zeitraumes der Länge T.

Future-Preise beim Crash Oktober 1987

„Trading on Black Monday was chaotic. ... By late afternoon, the S&P 500 Index futures were selling at a 25-point, or 12 percent, discount to the spot market, a spread that previously was considered inconceivable.“

Quelle: Siegel, J.J. (2002): Stocks for the Long Run, S. 266, vgl. auch Hull Business Snapshot 5.4

=> Arbitragemöglichkeit ?

- es stellt sich die Frage, ob der aufgezinste Kassakurs auch eine Untergrenze für den Futurepreis ist (full carry?)

- es könnte sich lohnen, eine Aktie teuer zum Kassakurs „leer“ zu verkaufen und gleichzeitig billig einen Future zu kaufen („reverse“ carry-trade)

- dies würde (zumindest unter normalen Marktbedingungen) solange Druck auf den Kassakurs ausüben und gleichzeitig den Futurepreis steigen lassen, bis solche Geschäfte genau nicht mehr lohnend sind.

Reverse-Carry-Trade-Arbitrage

- Leerverkauf eines ETF auf den S&P 500 zu S_0 = 208 € und gleichzeitig Kauf eines 3-Monats Futures auf den S&P 500 zu F_0 = 183 €.

- Leerverkauf bedeutet einen sofortigen Zahlungszufluss von 208 €, der verzinslich angelegt werden kann.

- der risikolose Gewinn ist gleich 208 € zuzüglich Zinsen und abzüglich 183 € für die spätere Eindeckung zum festgelegten Future-Kurs F_0 = 183 €.

- in der Praxis sind ungedeckte Leerverkäufe aber nur über kurze Zeiträume möglich, da die börsliche Lieferfrist 2 Tage beträgt (es könnten theoretisch aber mehrere Leerverkäufe aneinander gereiht werden)

- alternativ könnte sich der Arbitrageur die zu verkaufende Aktie z.B. von einem Investmentfonds bis zur Fälligkeit des Futures leihen (und dafür eine Gebühr zahlen)

- der Investmentfonds könnte dann aber auch selber die Aktie am Kassamarkt zum Kurs S_0 verkaufen und sofort billiger zum Future-Kurs F_0 zurückerwerben.

Investitionsgüter (vgl. Hull 5.1)

- Investitionsgüter (Gegensatz Konsumgüter) werden überwiegend zu Anlagezwecken gehalten.

- Z.B. werden Aktien von Fonds, Pensionsgesellschaften, Lebensversicherungen etc. dauerhaft gehalten.

- Aktien können daher als Investitionsgüter angesehen werden, da sie in ausreichend hohen Beständen gehalten werden, so dass unter normalen Marktbedingungen reverse-carry-trades, falls diese gewinnbringend sind, auch ohne Leerverkauf möglich sind.

- wäre $F_0 < S_0(1+i)^T$, dann würden sich reverse-carry-trades lohnen: Verklauf von Beständen zum Spotpreis S_0 , verzinsliche Anlage des Erlöses und Wiedereindeckung über den Terminmarkt zum Kurs F_0 .

- zusammenfassend gilt daher für Futures auf Aktien in arbitragefreien Märkten folgende Gleichung:

$$\boxed{F_0 = S_0(1+i)^T = S_0 e^{rT}}$$

DAX Mini Future und Negativzinsen

20. September 2019, 13:00 Uhr:

S_0 = 12.473,36 F_0 = 12.457,00 (Dezember-Kontrakt)

- der DAX Mini Future notiert 16,36 Punkte = 0,13% (= 0,52% p.a.) unter(!) dem Kassamarkt.

- langfristige Anleger könnten also zum Kassakurs verkaufen und sich über den Future billig wieder eindecken.

- allerdings können für die zwischenzeitliche Geldanlage bei größeren Volumina nur negative Zinsen erzielt werden (Bundesanleihen), was die Strategie unattraktiv macht.

Verallgemeinerung mit Dividenden

- Sei I der Barwert aller Dividenden während der Laufzeit des Future-Kontrakts, dann gilt (vgl. Hull 5.5):

$$F_0 = (S_0 - I)\, e^{rT}$$

- wenn das zugrunde liegende Asset (z.B. Aktie) eine bekannte stetige Rendite q hat und Reinvestition dieser Erträge in das Asset unterstellt wird, dann gilt (vgl. Hull 5.6 und Aufgabe 5.20):

$$F_0 = S_0\, e^{(r - q)T}$$

e) Forwards/Futures auf Währungen

Forwards/Futures auf Währungen

Vorbemerkung zur Notation bei Fremdwährungen:

Dollarkurs am 9. Oktober 2019:

EUR/USD = 1,0988

Das bedeutet:

1 EUR kostet 1,0988 USD

1 USD kostet 1/1,0988 = 0,9101 EUR

=> aus europäischer Perspektive kostet eine Einheit

Fremdwährung (hier: Dollar) S_0 = 0,9101 EUR

Zwei Wege, Fremdwährung in Euros zum Zeitpunkt T zu tauschen (r_f = Fremdwährungszins (foreign interest rate)):

(vgl. Hull 5.10)

1000 Einheiten Fremdwährung in t = 0

$1000\,e^{r_f T}$ **Einheiten Fremdwährung in t = T**

$1000\,e^{r_f T} F_0$ **Euro in t = T**

$1000\,S_0$ **Euro in t = 0**

$1000\,S_0 e^{rT}$ **Euro in t = T**

Daher gilt wegen Arbitragefreiheit:

$$e^{r_f T} F_0 = S_0 e^{rT}$$

Hieraus folgt:

$$\boxed{F_0 = S_0 e^{(r - r_f)T}}$$

Bei $r > r_f$ befindet sich die Fremdwährung in contango und für $r < r_f$ in backwardation.

- Falls Fremdwährungszins r_f größer als heimischer Zins r, dann ist der Terminkurs F_0 niedriger (backwardation) als der Kassakurs (und umgekehrt, dann contango $F_0 > S_0$).

- 2019 war der Dollar-Zins höher als der Euro-Zins $r_\$ > r_€$, also Dollar in backwardation (aus US-Sicht: Euro in contango)

- Dollar-Kurs am 8.10.2019: 1 EUR = 1,096 USD und Kurs an der CME des September 2024 Kontrakts 1 EUR = 1,2087 USD, d.h. aus US-Sicht ist ein Euro, der erst in 5 Jahren geliefert und bezahlt wird, 1,20875/1,096 = 10,3% (ca. 2% p.a.) teurer als sofort verfügbare Euros.

Sei S_0 = 0,91 (d.h. 1 USD = 0,91 EUR), i = 1%, i_f = 2%

- Aufnahme eines Kredites von 0,91 Mio. Euro (Rückzahlungsbetrag 0,9191 Mio. EUR) und Tausch in 1 Mio. USD
- Anlage der 1 Mio. USD für ein Jahr zu 2% (ratierlich)
- Verkauf auf Termin von 1,02 Mio. USD zum Kurs F_0

Risikoloser Arbitragegewinn falls:

$$1{,}02\ F_0 - 0{,}9191 > 0$$

$$\Leftrightarrow \quad F_0 > S_0 \frac{1+i}{1+i_f} = 0{,}91 \frac{1{,}01}{1{,}02} = 0{,}9011$$

Angenommen, andererseits sei F_0 < 0,9011:

- Aufnahme eines Kredites von 1 Mio. USD (Rückzahlungsbetrag 1,02 Mio. EUR) und Tausch in 0,91 Mio. EUR

- Anlage der 0,91 Mio. EUR für ein Jahr zu 1% (Rückzahlungsbetrag 0,9191 Mio. EUR)

- Kauf auf Termin von 1,02 Mio. USD zum Kurs F_0

Risikoloser Arbitragegewinn falls:

$$0{,}9191 - 1{,}02\ F_0 > 0 \iff F_0 < 0{,}9011:$$

Daher folgt aus Arbitragefreiheit: $F_0 = 0{,}9011$

f) Forward/Futures auf Gold

Standardbarren = 12,5 kg (400 Feinunzen à 31,3 Gramm)

Gold

- weltweite Förderung ca. 3.000 Tonnen/Jahr, insgesamt bisher gefördert ca. 170.000 Tonnen (davon 65% seit 1950)
- nationale Goldreserven der Notenbanken:
  - weltweit ca. 34.000 Tonnen
  - USA ca. 8.100 Tonnen (davon in Fort Knox ca. 4.600 t)
  - Deutschland ca. 3.400 Tonnen
- Gold-ETCs halten ca. 3.600 Tonnen
- Förderkosten ~ 1.200 USD/Feinunze (31,10 g)
- Goldpreis (Feinunze) von 250 $ in 2000 bis auf 1.900 $ in 2011 gestiegen, dann Rückgang auf etwa 1.200 $, aktuell ca. 1.900 $

Forward/Futures auf Gold

- Gold kann als Währung interpretiert werden (offizieller Code nach ISO 4217: XAU (AU = chemisches Kürzel für Gold), die analoge Bewertungsformel wäre dann:

$$F_0 = S_0 \, e^{(r_\$ - r_{Gold})T}$$

$r_\$ - r_{Gold}$ = Gold Forward Rate *GOFO*

- Frage: Wie hoch ist der Fremdwährungszins r_{Gold} ?

Eigenzins für Gold?

- nach landläufiger Meinung ist Gold ein zinsloses Asset, es fallen vielmehr Verwahrkosten an.

- zahlreiche Anlageskandale, bei denen Zinsen für Goldleihe versprochen wurden

- historisch aber positive Zinsen bei goldgedeckten Währungen

- einige Notenbanken - etwa die Reserve Bank of Australia - betreiben auch heute noch Goldleihe

Hedging durch Goldleihe bei Goldminen

(vgl.auch Hull, Business Snapshot 3.1)

- die Goldmine leiht sich eine bestimmte Menge Gold und verkauft das geliehene Gold anschließend auf dem freien Markt

- von dem Verkaufserlös werden die Explorationskosten der Mine bezahlt

- der Goldkredit wird anschließend mit dem geförderten Gold zurückbezahlt

- Vorteil: Die Mine immunisiert sich gegen einen zwischenzeitlichen Preisverfall von Gold

Goldleihe der Reserve Bank of Australia (1)

„Gold holdings in a vault do not accrue interest. To earn some ongoing income, the Reserve Bank may lend its gold. For more than 30 years, the RBA has participated in the gold lending market, at times lending almost all of its gold holdings (Graph 1). Over the past decade, the RBA's gold lending activity has been lower. A reduction in gold producers' hedging demands, combined with greater willingness of other investors to lend their gold, has lowered the returns available from gold lending.

...

Goldleihe der Reserve Bank of Australia (2)

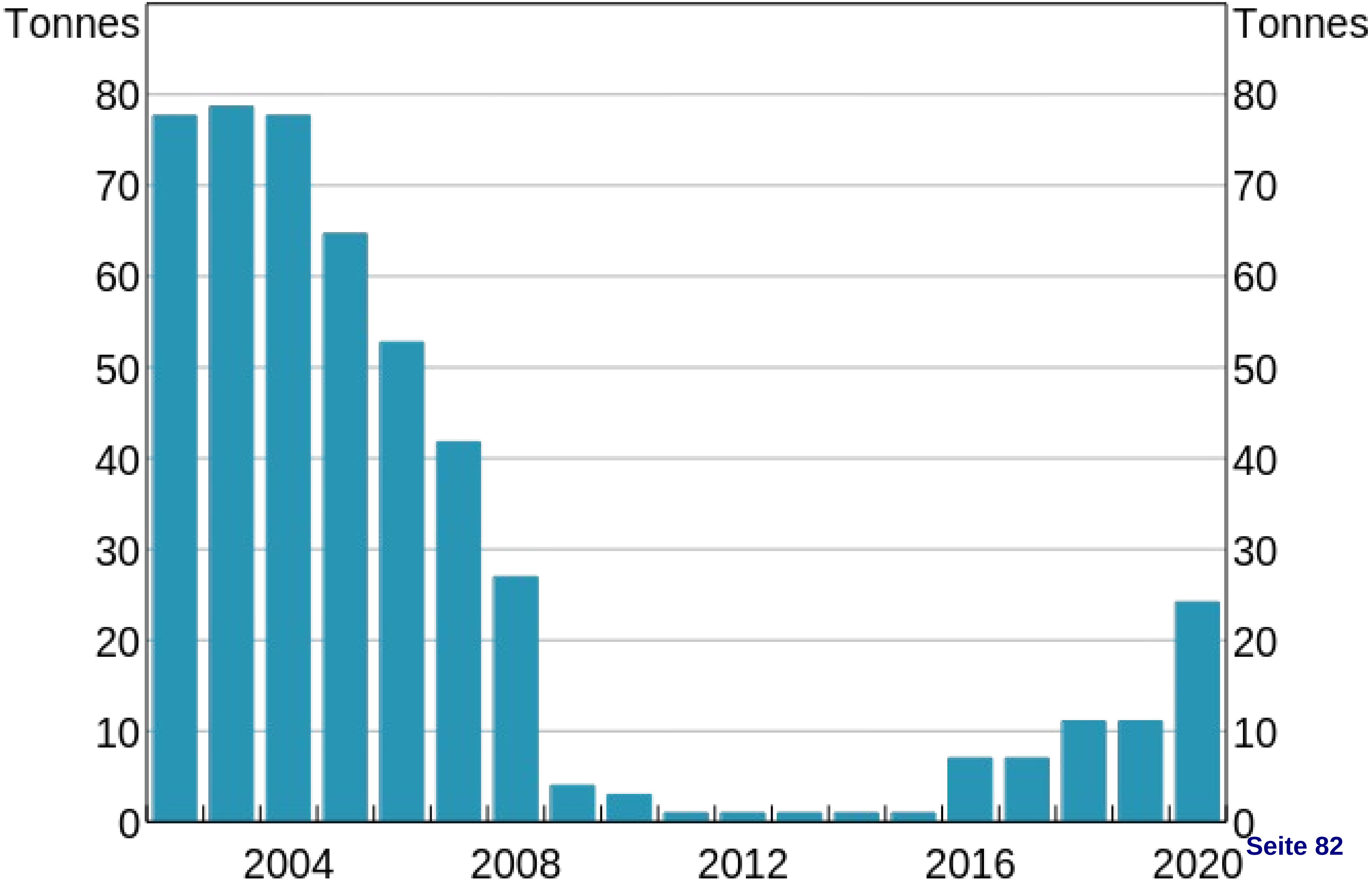
…

A summary of gold lending activity is recorded in the Reserve Bank's Annual Report each year. In the early 2000s, the RBA earned approximately $15-20 million per year from gold lending. This declined sharply after 2006 due to both reduced lending activity and lower lending rates. In the 2019/20 financial year, earnings from gold lending activity amounted to $1.7 million.“

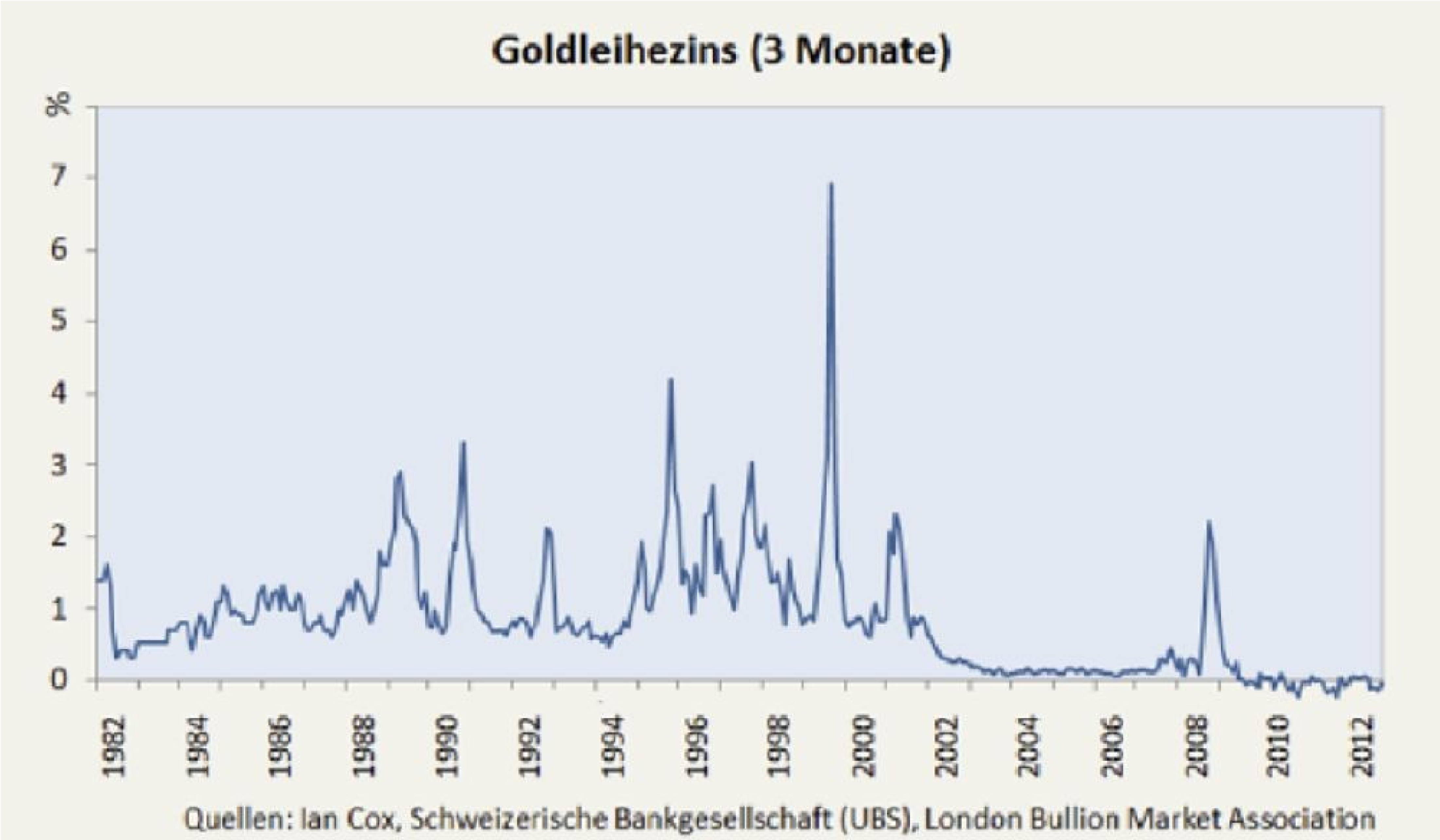
Quelle: [https://www.rba.gov.au/qa/gold-holding.html↑](https://www.rba.gov.au/qa/gold-holding.html)

RBA Gold Loans

Tonnes, as at 30 June



Source: RBA



Quelle: Speck 2014 ↑

Spot- und Future-Preise für Gold am 28.10.2020

S_0 = 1.880 USD (Spot Price)

F_0 = 1.892 USD (April-Kontrakt)

- wegen $1.892 = 1.880\, e^{GOFO \cdot 0,5}$ folgt *GOFO* = $r_\$ - r_{Gold}$ ≈ 1,27%

- mit 6 Month USD Libor $r_\$ = 0.24\,\%$ folgt $r_{Gold} = -1,03\,\% < 0$

- Hier Negativzins bei Gold: Jemand verleiht eine Million Unzen (Wert 1,88 Mio. $) und bekommt im April nur 0,995 Mio. Unzen zurück (Wert 995*1.892$ = 1,8825 Mio. $ auf Basis des Future-kurses) => entspricht $r_\$ = 0.24\,\%$ p.a. Rendite für den Verleiher.

g) Forwards/Futures auf Rohstoffe

Forwards/Futures auf Rohstoffe

Mögliche Notierungen für den Öl-Future:

	Spot-preis	3-Monats-Future
September	61,50 $	62,90 $ (Dez.)
Dezember	62,30 $	63,60 $ (Mrz.)

- Wie hoch ist der Gewinn, wenn im September ein 3-Monats-Future gekauft wird? (ein Future bezieht sich auf 1.000 Barrel)

- Wenn im Dezember ein weiterer 3-Monats-Future gekauft wird, wie hoch muss der Kurs steigen um einen Gewinn zu erzielen?

- Wäre es lohnender, statt Futures physisches Öl zu kaufen?

Antworten:

- Kauf im September eines 3-Monats-Kontrakts ergibt einen Verlust von 1.000 (62,30 – 62,90) = 600 $.

- Kauf im Dezember eines 3-Monats-Kontrakts ergibt einen Gewinn/Verlust von 1.000 (x – 63,60). Break even also bei x = 63,60 $.

- Bei Kauf von physischen Öl sind die Finanzierungs- und Lagerkosten zu berücksichtigen (Margins für Futures werden verzinst, physisches Öl ist „totes“ Kapital)

Arbitrage und Lagerkosten

Rohöl Spot-Preis:	**40 $ je Barrel (159 Liter)**
Finanzierungskosten*:	**4% p. a.**
Lagerkosten*:	**0,50 $ € je Barrel und Monat**
3-Monats-Future:	**42,50 $**

*** fallen quartalsweise nachschüssig an**

- > Welche Arbitragemöglichkeiten gibt es?

Carry-Trade-Arbitrage (vgl. S. 30): Kaufe ein Barrel Öl auf Kredit zu 40 $, lagere es 3 Monate und verkaufe einen Future zu 42,5 $: Zinskosten für 3 Monate 0,40 $, Lagerkosten für 3 Monate 1,50 $, ergibt risikolosen Gewinn von 0,60 $ je Barrel.

Super-Contango

- zur Jahreswende 2008/2009 notierte der Dezember 2009 Kontrakt für West Texas Intermediate WTI Rohöl zeitweise fast 20 Dollar über dem Spot-Preis (super-contango)

- bei super-contango ist carry-trade-arbitrage (S. 30) profitabel

- knappe Lagerkapazitäten auf Land, aber sehr niedrige Frachtraten für Öltanker

- im Frühjahr 2009 waren 35 Supertanker (ca. 7% der weltweit verfügbaren Öltanker) für die Lagerung von Rohöl auf hoher See gechartet

Quelle: Dennin 2010, S. 150ff. (Contango in Texas)↑

Lagerkosten (vgl. Hull 5.11)

- Bezeichne mi U den Barwert der Lagerkosten, dann gilt

$$F_0 \leq (S_0 + U) e^{rT}$$

- wenn z.B. 3 € Lagerkosten in T = 3 Monaten fällig sind, dann:

$U = 3e^{-r \cdot 0,25}$ und $F_0 \leq (250 + 3e^{-r \cdot 0,25}) e^{r \cdot 0,25} = 250\, e^{r \cdot 0,25} + 3$

- falls kontinuierlich (monatlich, wöchentlich, täglich) Lager-

kosten *u* anfallen, dann: $F_0 \leq S_0 e^{(r+u)T}$

1989 – 2004	Lagerkosten (US-$/Monat)	Lagerkosten p.a. (%)
Rohöl (WTI)	0,40/Barrel	22,05
Heizöl	3,00/Tonne	22,05
Aluminium	7,80/Tonne	6,31
Gold	0,004/Unze	0,01
Weizen	3,33/Bushel	11,91
Mais	2,00/Bushel	9,97

Tabelle 1: Geschätzte Lagerkosten ausgewählter Rohstoffe (1989 – 2004)

Quelle: LEWIS ET AL. (2007), S. 32.

Quelle: Kern 2010, S. 33↑

Lagerkosten für Elektrizität?

Cost of Carry (vgl. Hull 5.12)

- cost of carry = Zinskosten + Lagerkosten ($c = r + u$)

- falls der Rohstoff ein kontinuierliches Einkommen q produziert: $c = r - q + u$

- für eine Aktie mit Dividendenrendite q gilt $c = r - q$ (u = 0, da vernachlässigbare Lagerkosten für Aktien)

- für Währungen gilt $c = r - r_f$ (falls z.B. $r_\$ > r_€$, dann negative cost of carry für US Dollar)

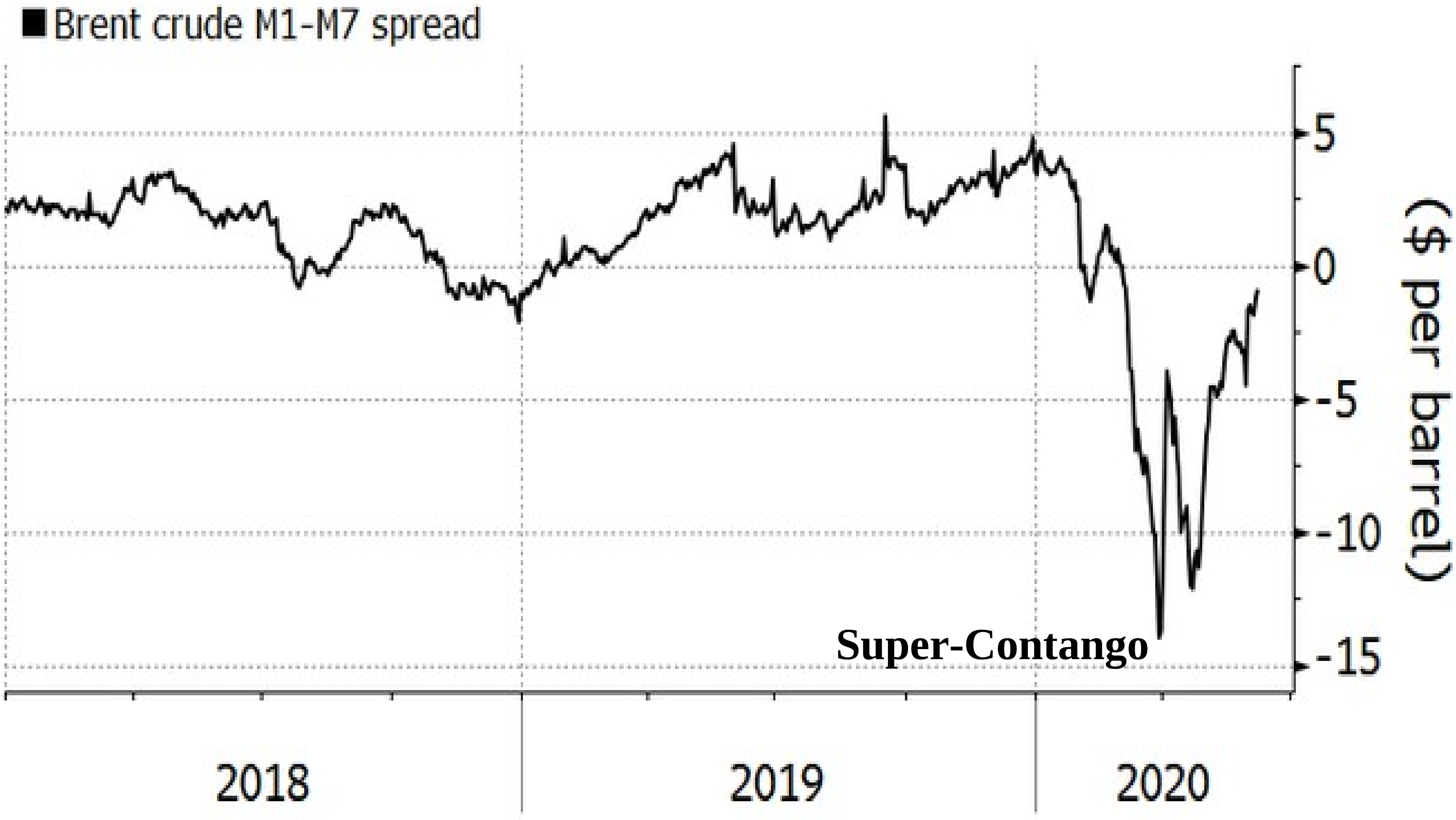
Full Carry ?

- bei $F_0 > S_0 e^{cT}$ wäre carry-trade-Arbitrage (vgl. S. 30) profitabel, daher gilt in arbitragefreien Märkten $F_0 \leq S_0 e^{cT}$

- fraglich ist, ob damit nur eine Obergrenze gegeben ist oder ob immer auch $F_0 = S_0 e^{cT}$ (Märkte immer in „full carry“?)

- empirisch sind die Ölmärkte häufig in backwardation, d.h. $F_0 < S_0$ (kein „full carry“) (wegen der besseren Datenverfügbarkeit wurde in den folgenden Grafiken die Differenz zwischen dem „front month“ Future (statt dem Spotpreis) und dem 7-Monats-Future betrachtet)


Backwardation
Contango
Brent Curve
(m1-m7)
Super-Contango
0.01
5
-5
-10
'93
'94
'95
'96
'97
'98
'99
'00
'01
'02
'03
'04
'05
'06
'07
'08
'09
'10
'11
'12
'13
'14
'15
'16
'17



Brent crude M1-M7 spread
5
0
-5
-10
-15
($ per barrel)
2018
2019
2020
Super-Contango

Exkurs: Volatilität der Terminkurve

- empirisch zeigt sich, dass kurzfristige Futures volatiler sind als langfristige Futures (vgl. bereits Samuelson 1965) (Informationsverarbeitung durch den Markt: Viele News nur für kurzfristige, aber nicht für langfristige Kontrakte relevant?)

- bei stark fallenden Ölpreisen sind die Märkte daher häufig in contango (weil langfristige Futures nicht so schnell fallen wie kurzfristige Kontrakte)

- entsprechend ist bei steigenden Kursen regelmäßig backwardation zu beobachten

Backwardation

- warum noch Lagerhaltung bei backwardation?

- bei backwardation ist reverse-carry-trade-arbitrage (vgl. auch S. 61) profitabel: Verkauf von Lagerbeständen zum Spot-Preis S_0 und Rückkauf zum niedrigeren Futurepreis $F_0 < S_0$, wobei außerdem noch Zins- und Lagerkosten (die cost of carry) eingespart werden.

- Marktkräfte würden backwardation dann zum Verschwinden bringen

- bei backwardation könnte zum Beispiel eine Erdölraffinerie im Rahmen von Prozessoptimierungen entscheiden, das Lager komplett aufzulösen und zum (hohen) Spot-Preis S_0 zu verkaufen, den Bedarf zukünftig just-in-time am Markt zu tagesaktuellen Konditionen zu beschaffen und sich gleichzeitig durch den Kauf von (bei backwardation relativ billigen) Futures gegen künftige Preissteigerungen abzusichern.

- eine solche Absicherungsstrategie setzt voraus, dass sich Spot- und Futurepreise immer parallel entwickeln.

- im Fall eines möglichen globalen Lagerengpasses (zum Beipiel globaler „stock-out“ aufgrund eines terroristischen Anschlages auf die Förderanlagen), der von den Märkten jedoch nur als vorübergehendes Ereignis eingestuft wird (es wird eine schnelle Reparatur erwartet, so dass in einigen Monaten wieder mit normaler Kapazität gefördert wird), könnte es sein, dass nur die Spotpreise, jedoch nicht die Preise längerfristiger Futures steigen (Hedging läuft ins Leere).

(vgl. analog für ein einfaches Modell für den Getreidemarkt: Milonas/Thomadakis (1997))

- die Möglichkeit derartiger temporärer stock-outs erklärt die Vorteilhaftigkeit physischer Lagerhaltung gegenüber dem Halten bloßer Future-Kontrakte.

Convenience Yield (Hull 5.11)

- der aus dem unmittelbaren physischen Besitz resultierende Zusatznutzen wird als convenience yield (vgl. Kaldor 1939, deutsch: Verfügbarkeits- oder Liquiditätsprämie) bezeichnet (physischer Besitz als „Real-Option", die bei Engpässen ausgeübt werden kann)

- da die Wahrscheinlichkeit von globalen stock-outs von der Höhe der vorhandenen Lagerbeständen abhängt, ergibt sich eine hohe convenience yield empirisch insbesondere bei allgemein knappen Lagerbeständen. **(Vgl. empirisch zum Einfluss der Lagerhaltung Fama/French (1987))**

- formal lässt sich die convenience yield *y* als Restgröße implizit aus folgender Gleichung ermitteln:

$$F_0 = S_0 e^{(c-y)T}$$

- backwardation, also $F_0 < S_0$, kann dann mit Hilfe einer convenience yield *y* erklärt werden, die größer ist als die cost of carry *c*.

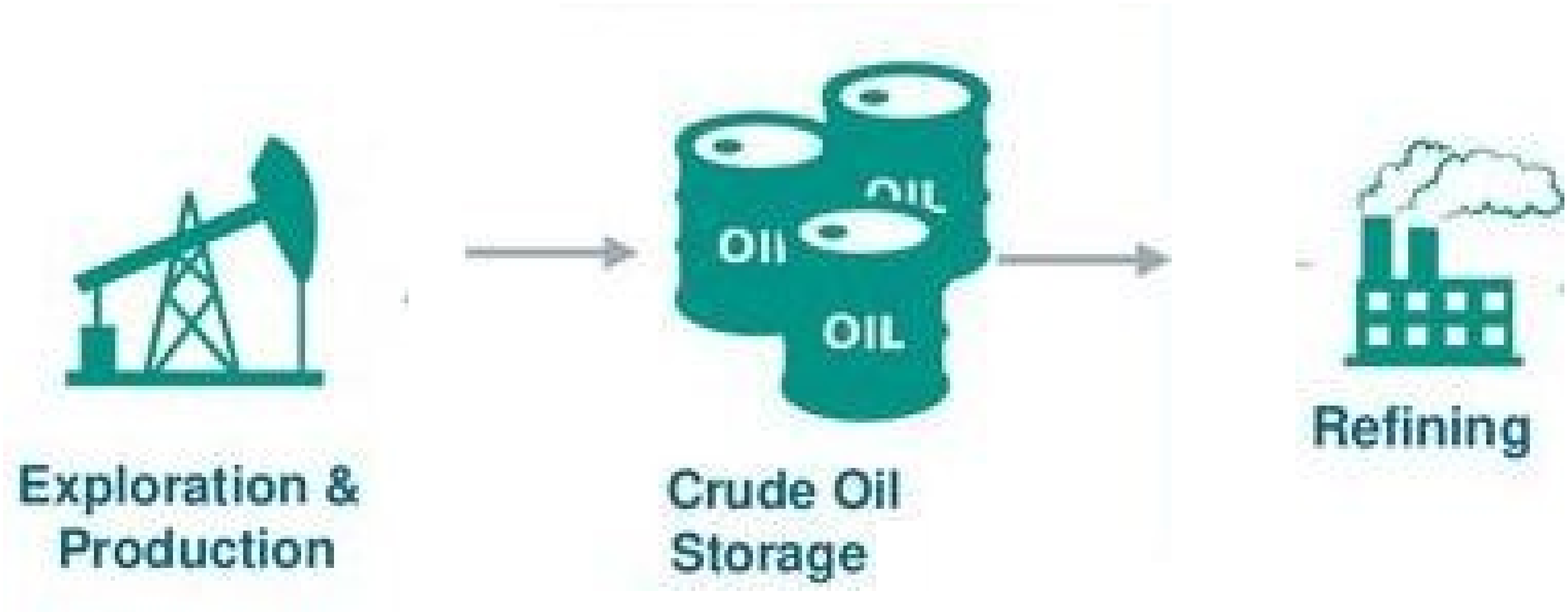
Konsumgüter (vgl. Hull 5.1 und 5.11)

- hier ist nochmal die Unterscheidung zwischen Investitions- und Konsumgütern hilfreich (vgl. oben Seite 63)

- Rohstoffe können als Konsumgüter angesehen werden, da sie im Produktionsprozess verbraucht werden

- bei Konsumgütern wie z.B. Rohöl (im Gegensatz zu Investitionsgütern wie Aktien oder Gold) ist backwardation plausibel, da zeitweise sehr niedrige globale Lagerbestände auftreten können, die reverse-carry-trades auch bei backwardation unmöglich bzw. unattraktiv machen.

Konsumgüter: Geringe Lagerbestände möglich



Normal backwardation (Keynes, vgl. Hull 5.14)

- unterscheide Future-Preis F_0 und den in t = 0 noch unbekannten zukünftigen Spot-Preis S_T in t = T

- Keynes 1930, S. 144 postulierte $F_0 < E(S_T)$, d.h. der erwartete zukünftige Spot-Preis ist größer als der heutige Future-Kurs (normal backwardation).

- Begründung: Risikoaverse Produzenten verkaufen zur Absicherung Futures mit einem Abschlag gegenüber dem im Durchschnitt erwarteten zukünftigen Spot-Preis.

- es wird hier also nicht mit Arbitragefreiheit (vgl. S. 29), sondern mit den Risikopräferenzen der Agenten argumentiert.

- man könnte gegen diese Theorie einwenden, dass es nicht nur auf der Verkäuferseite, sondern auch auf der Käuferseite (Ölraffinerien, Getreidemühlen) risikoaverse Akteure gibt.

- Möglicherweise kann aber die Käuferseite Preissteigerungen an die Endverbraucher weitergeben (kein Absicherungsbedarf), und die Endverbraucher sind nur mit einem kleinen Teil ihrer Ausgaben betroffen. Dagegen kann das gesamte Einkommen z.B. eines Landwirtes am Weizenpreis hängen.

- „Normal backwardation“ und contango schließen sich nicht aus, sei zum Beispiel: $S_0 = 50,\ \ F_0 = 52,\ \ E(S_T) = 53$. Der Begriff „normal backwardation“ ist daher missverständlich.

- die Theorie kann getestet werden, indem untersucht wird, ob historische Futurekurse die späteren Spotpreise, die sich bei Fälligkeit dieser Futures dann tatsächlich eingestellt haben, systematisch zu niedrig prognostiziert haben. „Normal backwardation“ kann empirisch nicht generell bestätigt werden, vgl. Fama/French (1987), Kolb (1992).

Swaps

a) Zinsswaps

Zinsswaps

- in der einfachsten Form Tausch von fixen und variablen (z.B. Euribor+x oder Libor+x) Zinszahlungen.

- Zinsswaps sind außerbörsliche Geschäfte.

- das globale Volumen betrug laut BIS Ende 2018 nominal 327 Billionen Dollar bei einem Marktwert von 5,7 Billionen Dollar.

- Definitionen der International Swaps and Derivatives Association werden als Standard-Vertragswerk genutzt.

- der variable Zinssatz wird zu bestimmten Fixing-Terminen (z.B. halbjährlich) festgelegt und wird dann in dieser Höhe bis zum nächsten Fixing-Termin gezahlt.

- da bei Zinsswaps nur die Zinsdifferenz zwischen dem fixen und dem variablen Zinssatz zu zahlen ist, ist nur der Differenzempfänger einem Kreditrisiko ausgesetzt.

- darüber hinaus besteht ein Wiederbeschaffungsrisiko für die Partei, für die der Swap einen positiven Barwert aufweist

- die fixe Seite des Swaps ist außerdem mit einem Marktrisiko aus möglichen Zinsänderungen behaftet

Komparative Vorteile (Hull 7.4)

- AAACorp mit AAA-Rating und BBBCorp mit BBB-Rating können jeweils einen Kredit über 10 Mio. € für 5 Jahre zu folgenden Konditionen aufnehmen:

	fest	variabel
AAACorp	4%	6-Monats-Euribor – 0,1%
BBBCorp	5,2%	6-Monats-Euribor + 0,6%

- wenn AAACorp einen Festzins-Kredit und BBBCorp einen variabel verzinsten Kredit aufnimmt, dann beträgt die Summe der Zinszahlungen beider Gesellschaften Euribor + 4,6%

- wenn AAACorp einen variabel verzinsten Kredit und BBBCorp einen Festzins-Kredit aufnimmt, dann beträgt die Summe der Zinszahlungen beider Gesellschaften Euribor + 5,1%

- durch eine Swapvereinbarung können die günstigeren Finanzierungsbedingungen auch dann gesichert werden, wenn AAACorp sich variabel und BBBCorp sich über einen Festzinskredit finanzieren möchte.

---> Euribor

4% <---- AAACorp BBBCorp ---> Euribor +0,6%

x <---

- Lohnt sich für die AAACorp, falls:

  Euribor + 4% - x < Euribor - 0,1%, also x > 4,1%

- Lohnt sich für die BBBCorp, falls:

  0,6% + x < 5,2%, also x < 4,6%

- Falls z.B. x = 4,35%, dann zahlt AAACorp effektiv den variablen Zins Euribor - 0,35% und BBBCorp den Festzins 4,95% (In der Praxis ist häufig eine Bank zwischengeschaltet, vgl. Hull 7.4)

Kritik am Argument des komparativen Vorteils (vgl. Hull 7.4)

- anscheinend kann sich die BBBCorp über den Swap einen günstigeren effektiven Festzins 4,95% < 5,2% sichern.

- allerdings kann bei variabler Verzinsung der Kreditgeber üblicherweise die Konditionen alle 6 Monate anpassen, falls sich die Bonität der BBBCorp verschlechtert hat.

- für die BBBCorp sind daher die 4,95% anders als bei einem externen Festzinskredit nicht für 5 Jahre gesichert

- die AAACorp ist dagegen jetzt dem Insolvenzrisiko der BBBCorp (oder einer zwischengeschalteten Bank) ausgesetzt.

Bewertung von Zinsswaps (Hull 7.7, Beispiel 7.2)

Fiktives Grundkapital:	**100 Mio. $**
Empfangener variabler Zins:	**6-Monats-Libor**
Zu zahlender Festzins:	**3% p. a.**
Restlaufzeit:	**1,25 Jahre (15 Monate)**
Letzte Zinsanpassung:	**vor 3 Monaten**
Libor bei letzter Zinsanpassung:	**2,9% (für 6 Monate)**

Es soll mit folgenden stetigen Zinssätzen diskontiert werden:

Fälligkeit in 3 Monaten:	**2,8%**
Fälligkeit in 9 Monaten:	**3,2%**
Fälligkeit in 15 Monaten:	**3,4%**

Nichtflache Zinskurve

- Bewertung des Swaps als Differenz zwischen einer festverzinslichen und einer variabel verzinsten Anleihe jeweils mit einem fiktiven Nominalwert L = 100 Mio. $

- Um die Berechnung zu vereinfachen, wird also fiktiv unterstellt, dass bei der letzten Zahlungen A an B 100 Mio. $ zahlt und B an A ebenfalls 100 Mio. $ (fiktiver Tausch der Nominalbeträge bei Ablauf des Swaps)

a) Bewertung der festverzinslichen Anleihe:

Zeitpunkt	Cash Flow	Diskontierungsfaktor	Barwert
0,25	1,5	$e^{-0{,}028 \cdot 0{,}25} = 0{,}9930$	1,4895
0,75	1,5	$e^{-0{,}032 \cdot 0{,}75} = 0{,}9763$	1,4644
1,25	101,5	$e^{-0{,}034 \cdot 1{,}25} = 0{,}9584$	97,2766
		Summe:	100,2306

b) Bewertung der variabel verzinsliche Anleihe

- der aktuelle Wert der variablen Anleihe kann vom Nominalwert abweichen, falls die Zinsen sich seit der letzten Anpassung geändert haben.

- unmittelbar nach der nächsten Zinszahlung entspricht der Wert der Anleihe jedoch ihrem Nominalwert L (da ab dann für jede zukünftige Periode der marktübliche Zins gezahlt wird)

- entsprechend ist, wenn die Höhe der nächsten Zinszahlung mit k* bezeichnet wird, unmittelbar vor der nächsten Zinszahlung der Wert der Anleihe gleich L + k*

- bezeichne den Zeitraum bis zur nächsten Zinszahlung mit t* und den zur Diskontierung verwendeten stetigen Zins mit r*. Der aktuelle Wert der variabel verzinsten Anleihe ist dann:

$$\left(L+k^*\right)e^{-r^*t^*} = \left(100+\frac{2,9}{2}\right)e^{-0,028\cdot 0,25} = 100,7423$$

Ergebnis: 100,7423 – 100,2306 = 0,5117 Mio. $

Der Swap hat einen positiven Wert von ca. 0,5 Mio. $, da der Barwert der variablen Zinsen, die aus der Swap-vereinbarung resultieren, offensichtlich höher ist als der Barwert der zu zahlenden Festzinsen.

b) Währungsswaps

Währungsswaps

- ein ansonsten nur im Inland tätiges Unternehmen hat jährliche Lizenzeinnahmen aus UK von 100.000 GBP

- für dieses Unternehmen kann eine Swapvereinbarung sinnvoll sein, bei der jährlich 100.000 GBP zu zahlen sind und ein konstanter jährlicher Eurobetrag empfangen wird.

- derartige Währungsswaps können entweder über Anleihepreise oder als Portfolio von Forward-Kontrakten bewertet werden.

1. Methode: Bewertung über Anleihepreise

a) berechne den Barwert B_D der Zahlungen in heimischer (domestic) Währung entsprechend dem heimischen Zinssatz

b) berechne den Barwert B_F der Zahlungen in Fremdwährung entsprechend dem Fremdwährungszinssatz und benutze anschließend den aktuellen Währungskurs S_0, um für B_F den Gegenwert $S_0 B_F$ in heimischer Währung zu berechnen.

c) der Wert eines Swaps ergibt sich, wenn z.B. heimische Währung eingenommen und Fremdwährung gezahlt wird, als

$$V_{Swap} = B_D - S_0 B_F$$

2. Methode: Bewertung als Portfolio von Forward-Kontrakten

a) betrachte eine zum Zeitpunkt t = T fällige Zahlung in Fremdwährung in Höhe von x

b) bereits in t = 0 kann ein Forward-Kontrakt abgeschlossen werden, so dass später in t = T die Zahlung in Fremdwährung zu einen festen Kurs F_0 in t = T in heimische Währung getauscht werden kann (ein Zahlungsstrom in Fremdwährung kann so in einen Zahlungsstrom in heimischer Währung getauscht werden)

c) es gilt $F_0 = S_0 e^{(r-r_f)T}$, eine Fremdwährungszahlung in Höhe von x im Zeitpunkt t = T hat also in heimischer Währung

den Barwert $x F_0 e^{-rT} = x S_0 e^{-r_f T}$

d) es kann also nicht nur für Zahlungen in heimischer Währung, sondern auch für Zahlungen in Fremdwährung jeweils der Barwert in heimischer Währung berechnet werden. Der Wert des Währungsswaps ergibt sich als Saldo der Barwerte.

Optionen

a) Auszahlungsprofil und vorzeitige Ausübung

Auszahlungsprofil von Optionen

Auszahlungsprofil bei Fälligkeit *t* = *T* einer Kaufoption (Call) mit Bezugspreis (Basispreis, engl. Strike price) *K* mit Endpreis S_T des Underlying:

$$max\left(S_T - K, 0\right)$$

Auszahlungsprofil einer Verkaufsoption (Put):

$$max\left(K - S_T, 0\right)$$

Vorzeitige Ausübung eines amerikanischen Calls (Hull 11.5)

- amerikanische Optionen können zu jedem Zeitpunkt $t \leq T$, europäische Optionen nur bei Endfälligkeit $t = T$ ausgeübt werden.

=> Es ist nie lohnend, einen amerikanischen Call auf eine dividendenlose Aktie vorzeitig auszuüben!

- Begründung:

a) Bezugspreis kann bei späterer Ausübung zwischenzeitlich zinsbringend angelegt werden

b) Vermeidbare Verluste bei Ausübung der Option, wenn der Aktienkurs anschließend unter den Bezugspreis fällt.

<u>Möglicher Einwand</u>: Ein Optionsinhaber glaubt nicht an weitere Kurssteigerungen und möchte deshalb in $t < T$ die Option ausüben und anschließend die bezogene Aktie verkaufen

- bedeutet, es gibt einen Käufer, der bereit ist den aktuellen Marktpreis S_t für die Aktie zu bezahlen.

- dieser Käufer wäre aber aus den erwähnten Gründen bereit, für die Option mindestens $S_t - K$ (= sog. „innerer“ Wert der Option) zuzüglich eines Zeitwertes zu bezahlen.

- daher ist es besser eine „lebende“ Option zu verkaufen als diese auszuüben.

Vorzeitige Ausübung und Dividenden

- Dividende bedeutet Verlagerung von Gesellschaftsvermögen zu den Aktionären

- nach dem Dividendentermin verbrieft die Option nur einen Anspruch auf das um die Dividendenzahlung reduzierte Gesellschaftsvermögen

- es könnte sich daher lohnen, einen amerikanischen Call unmittelbar vor einer Dividendenzahlung vorzeitig auszuüben.

- dies gilt jedoch nicht, wenn durch Anpassung der Optionsbedingungen eine Kompensation für die entgangene Dividende erfolgt (Dividendenschutz)

- in der Praxis erfolgt keine Anpassung der Optionsbedingungen bei regulären Dividenden, sondern nur bei Bezugsrechten oder größeren Sonderdividenden

Dividendenschutz von Optionen

Zwei Vorgehensweisen sind bei der Anpassung von Optionen im Fall von Dividendenzahlungen oder Bezugsrechten denkbar:

- **Der Basispreis wird einfach in Höhe der Dividende / des Bezugsrechtes reduziert ($K_{neu} = K - d$)**

- **Eurex-Methode: Es wird unterstellt, dass die Dividende / das Bezugsrecht zum Zukauf weiterer Aktien verwendet wird und neben dem Basispreis auch die Anzahl der Optionen entsprechend angepasst.**

Dividendenanpassung eines Calls nach der Eurex-Methode:

Aktienkurs:	**100 €**
Dividende:	**20 €**
Basispreis:	**75 €**
Kontraktgröße:	**100 Stück**

=> Dividende kann zum Zukauf von 0,25 Aktien zum Kurs S_{exDiv} = 100 - 20 = 80 € verwendet werden

=> Neue Kontraktgröße: 125 Stück

=> Neuer Basispreis: $K_{neu} = 75\ € * \underbrace{100 / 125}_{= \text{R-Faktor} = 0{,}8} = 60\ €$

Kontrollrechnung für Eurex-Methode

Berechnung des inneren Optionswertes vor und nach der Dividendenzahlung:

Vorher: 100 (S_{cumDiv} – K) = 100 (100 – 75) = 2.500 €

Nachher: 125 (S_{exDiv} – K_{neu}) = 125 (80 – 60) = 2.500 €

Zum Vergleich:

Unveränderte Kontraktgröße und $K_{neu} = K - d$ ***= 75 – 20 = 55***

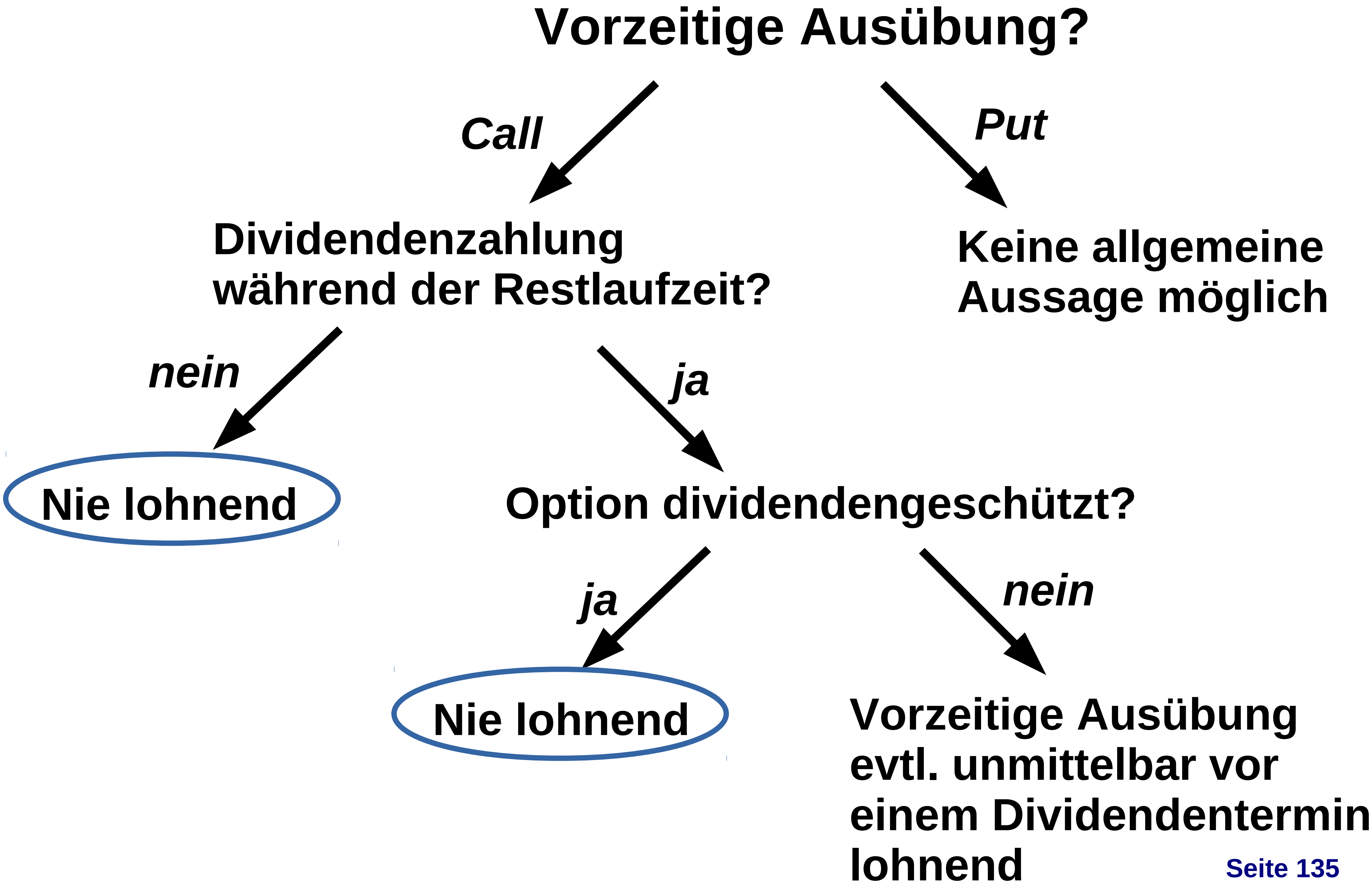
ergibt: 100 (S_{exDiv} – K_{neu}) = 100 (80 – 55) = 2.500 €

Vorzeitige Ausübung eines amerikanischen Puts

- Dagegen kann sich auch ohne Dividenden die vorzeitige Ausübung eines amerikanischen Puts unter Umständen lohnen:

    - Wenn das Underlying völlig wertlos geworden ist, lohnt sich auf jeden Fall die sofortige Ausübung

    - Das gleiche gilt aber bereits auch bei einem ausreichend starken Wertverfall, wobei die Vorteilhaftigkeit der vorzeitigen Ausübung im Einzelfall überprüft werden muss.


Vorzeitige Ausübung?
Call
Put
Dividendenzahlung während der Restlaufzeit?
Keine allgemeine Aussage möglich
nein
ja
Nie lohnend
Option dividendengeschützt?
ja
nein
Nie lohnend
Vorzeitige Ausübung evtl. unmittelbar vor einem Dividendentermin lohnend

b) Put – Call – Parität für europäische Optionen

Put – Call – Parität (Hull 11.4)

- ein Aktienbesitzer kann sich durch Kauf eines Puts vor Kursverlusten schützen
- Aktienbesitzer profitiert dann weiterhin von Kurssteigerungen, während Verluste durch den Bezugspreis K begrenzt sind.
- es ergibt sich folgendes Auszahlungsprofil:

$$S_T + max\left(K - S_T ; 0\right) \;=\; max\left(K ; S_T\right)$$

- der Käufer eines Calls profitiert ebenfalls voll von allen über den Bezugspreis K hinausgehenden Kurssteigerungen
- Idee: Kombiniere Call und risikolose Geldanlage, so dass sich das gleiche Auszahlungsprofil ergibt wie bei Aktie plus Put.

- Geldanlage in t = 0 von $K(1+i)^{-T}$ bzw. $K e^{-rT}$ ergibt in *t* = *T* Endbetrag K

- Geldanlage plus Call ergibt also folgendes Auszahlungsprofil:

$$K + max(S_T - K; 0) = max(S_T; K)$$

- gleiches Auszahlungsprofil in *t* = *T* bedeutet gleicher Wert in *t* = *0*, daher:

$$c + K e^{-rT} = p + S_0 \quad \text{(Put-Call-Parität)}$$

mit *c* = Wert des Calls in *t* = *0*

p = Wert des Puts in *t* = *0*

c) Delta-Hedging

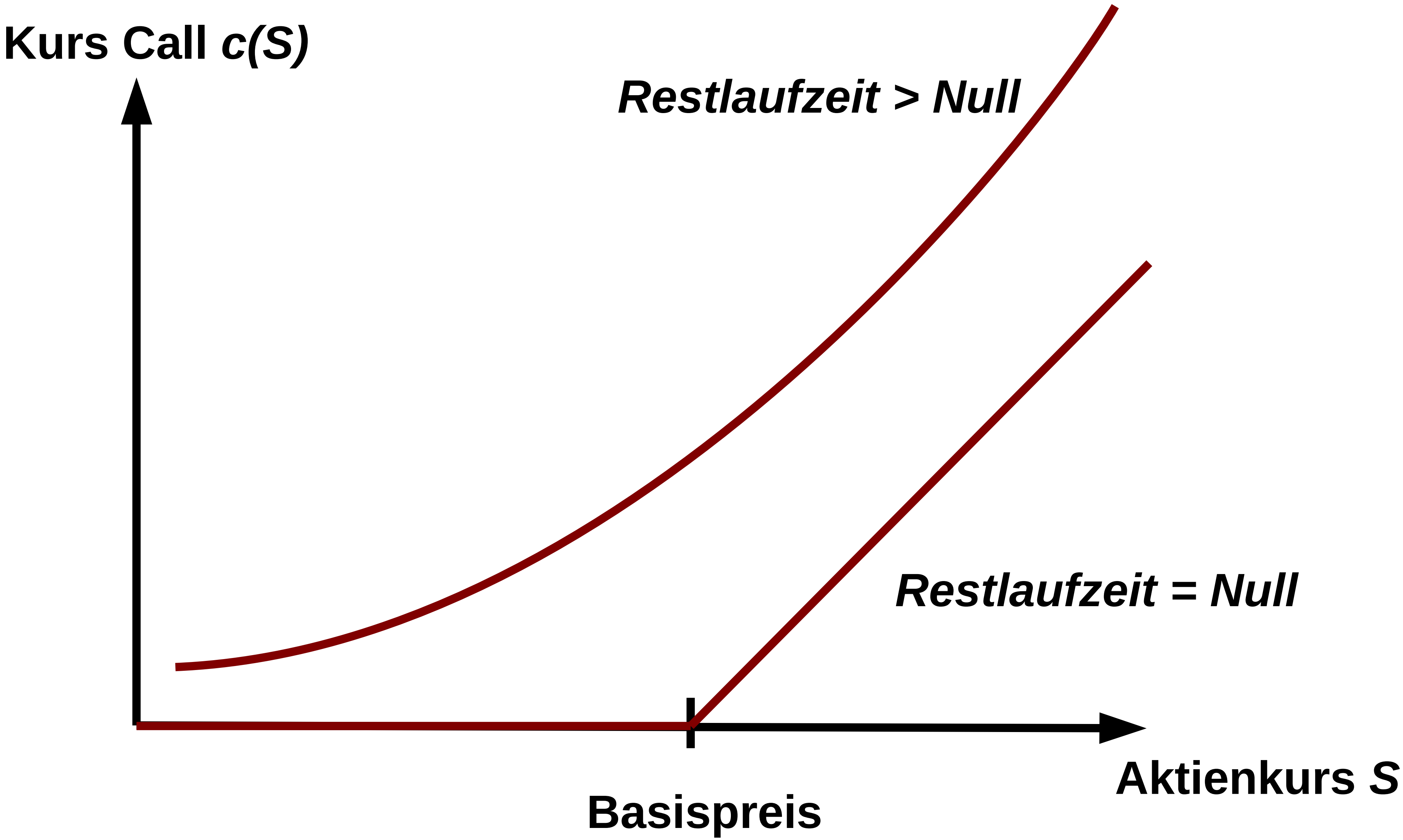
Innerer Wert und Zeitwert einer Option

- der innere Wert einer Option entspricht der bei sofortiger Ausübung sich ergebenden Auszahlung, also $max\left(S_t - K, 0\right)$ bei einem Call und $max\left(K - S_t, 0\right)$ bei einem Put

- der tatsächliche Wert zum Zeitpunkt $t < T$ liegt aber über dem inneren Wert:

Optionswert = Innerer Wert + Zeitwert

- im folgenden ist der Optionswert *c(S)* eines Calls zu einem Zeitpunkt $t < T$ zu bestimmen.

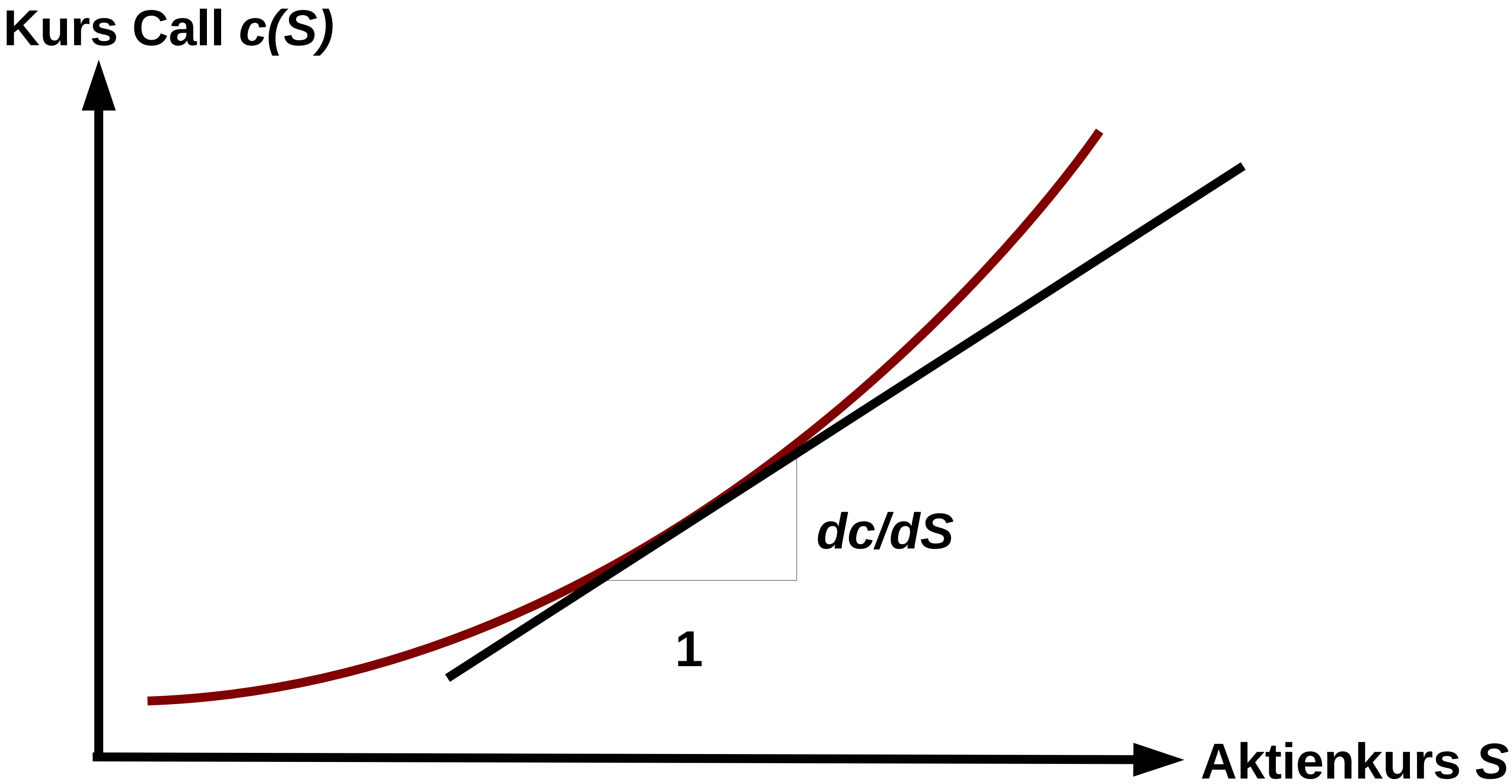

Kurs Call *c(S)*
Restlaufzeit > Null
Restlaufzeit = Null
Aktienkurs *S*
Basispreis

Delta-Hedging (Hull 19.4)

- Delta ist die erste Ableitung des Optionpreises *c(S)* nach dem Aktienkurs *S*: $\Delta = \frac{dc}{dS}$

- wenn der Aktienkurs um 1 € steigt/fällt, dann steigt/fällt der Optionspreis um Delta Δ .

- eine Option hat daher approximativ das gleiche Risiko / Chancenprofil wie ein Portfolio aus Δ Stück Aktien


Kurs Call c(S)
dc/dS
1
Aktienkurs S

Betrachte Optionswerte *c(S)* einer Option mit $\Delta = \frac{dc}{dS} = 0{,}79$ bei verschiedenen Ausprägungen von *S*: (Annahmen: Basispreis *K = 90,* Restlaufzeit *T = 1* Jahr, Zins *r = 0,5%* und Volatilität *σ = 15%)*:

Aktienkurs *S:*	**99**		**100**		**101**
		-0,78		**+0,80**	
Optionswert *c(S):*	**11,57**	←	**12,35**	→	**13,15**

=> Wenn der Kurs um 1 € steigt bzw. fällt, dann erzielt ein Portfolio aus Stück $100\,\Delta$ = 79 Aktien ungefähr denselben Gewinn / Verlust wie ein Portfolio aus 100 Optionen.

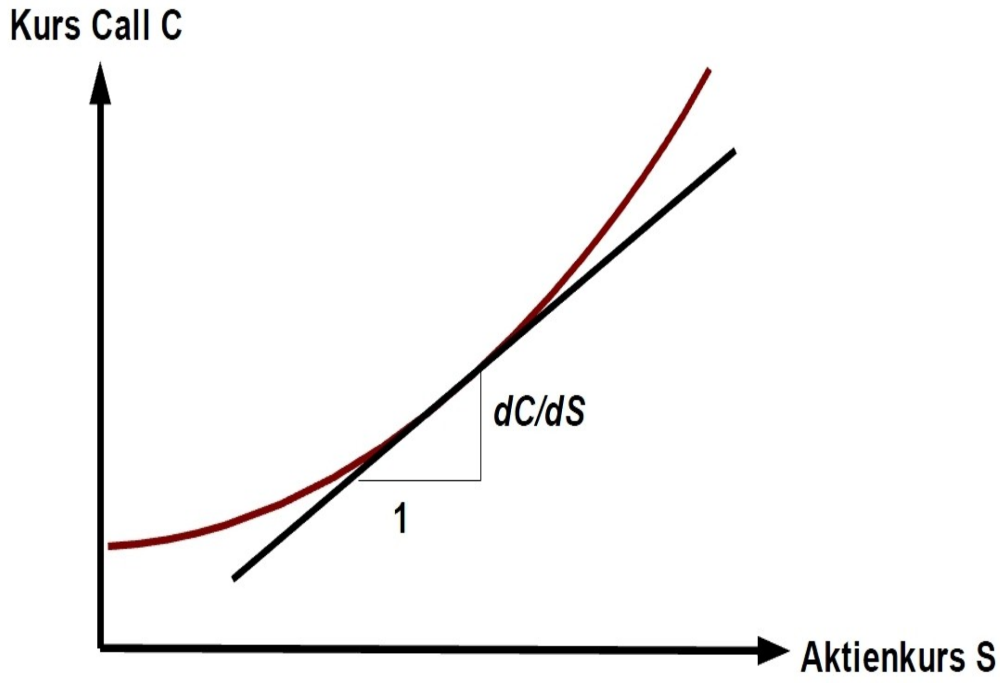
- eine solche Delta-Approximation ist ungenau, da der Optionswert ist eine konvexe Funktion des Aktienkurses *S* ist:

- bei einem Kursrückgang der Aktie von 1 € fällt der Call nur um 78 Cent

- bei einer Kurssteigerung von 1 € steigt der Call sogar um 80 Cent

- die Delta-Approximation unterschätzt also die Gewinne der Option und überschätzt die Verluste.

Der Optionswert ist keine lineare Funktion des Aktienkurses. Bei sinkenden Kursen verliert die Option weniger an Wert und gewinnt bei steigenden Kursen mehr an Wert als der Basiswert (Konvexität)



Dynamisches Delta-Hedging in der Praxis (Hull 19.4)

- eine Bank hat Call-Optionen auf die OC Oerlikon Aktie an einen Kunden verkauft. Die Bank fungiert also als Stillhalter.

- für die Bank ergibt sich ein negativer Marktwert, der mit steigenden Kursen zunimmt und umgekehrt.

- um dieses Risiko zu hedgen, wird die Bank für jede Option Δ Stück Aktien kaufen

- allerdings muss das Hedge-Portfolio kontinuierlich angepasst werden, da das Delta bei steigenden Kursen zunimmt und bei fallenden Kursen abnimmt.

Dynamisches Delta-Hedging und Volatilität

9. August 2007 (sda/Reuters)

Händler erklärten, der Verkaufsdruck sei von Derivaten auf die Oerlikon-Aktien verstärkt worden. ... Denn wenn die Aktie deutlich unter die Options-Ausübungskurse sinke, sei es nicht mehr notwendig, gleich viele Aktien als Absicherung zu halten. Dies löse eine Abwärtsspirale aus.

9. November 2007 (Neue Zürcher Zeitung)

Im SLI setzten die Titel von OC Oerlikon ... ihren seit drei Tagen andauernden Aufwärtstrend fort. ... Ein Analyst merkte an, es müssten Positionen aufgebaut werden, um Optionen zu hedgen.

d) Black-Scholes-Merton Differentialgleichung

Eine genauere Approximation des Optionspreises *c( )* unter Berücksichtigung der 2. Ableitung d^2c/dS^2 („Gamma“) mittels einer Taylor-Entwicklung ergibt für den Erwartungswert *E( )*:

$$E\{c[S(1+\varepsilon)]\} = c(S) + \underbrace{E(\varepsilon)S\frac{dc}{dS}}_{=0} + \underbrace{\frac{1}{2}E(\varepsilon^2)S^2\frac{d^2c}{dS^2}}_{\frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{d^2c}{dS^2}}$$

Zufällige Rendite ε
mit E(ε) = 0

- betrachte hierzu nochmal das Zahlenbeispiel auf Seite 144, wobei $\varepsilon = \pm\, 1\%$ jeweils mit Wahrscheinlichkeit 50%:

$$E\left(c\left(S\left(1+\varepsilon\right)\right)\right) = \frac{c\left(99\right)+c\left(101\right)}{2}$$

$$= \frac{11{,}57+13{,}15}{2} = 12{,}36 > 12{,}35 = c\left(100\right)$$

- die Option profitiert von der Volatilität des Aktienkurses, da sich Gewinne und Verluste (anders als bei der Aktie) nicht vollständig gegenseitig aufheben.

- Nachteil bei der Option ist demgegenüber, dass der Zeitwert kontinuierlich abnimmt, d.h. $dc/dt<0$

Vorteilhaftigkeitsvergleich für das Halten der Option versus des Haltens des Delta-Hedge-Portfolios aus $\Delta = \dfrac{dc}{dS}$ Stück Aktien:

- **Eingesparte Finanzierungskosten:** $r\,S\,\dfrac{dc}{dS}$
- **Finanzierungskosten Option:** $-\,r\,c$
- **Kontinuierlicher Wertverlust der Option:** $dc\,/\,dt$
- **Vorteil aus der Konvexität:** $\dfrac{\sigma^2}{2}\,S^2\,\dfrac{d^2c}{dS^2}$

Black-Scholes-Merton Differentialgleichung (Hull 15.6)

Wegen Arbitragefreiheit muss die Summe dieser Terme gleich Null sein:

$$rS\frac{dc}{dS} - rc + \frac{dc}{dt} + \frac{\sigma^2}{2}S^2\frac{d^2c}{dS^2} = 0$$

vgl. Black 1989, Black/Scholes 1973, Merton 1973

Fisher Black (1938 – 1995)

Nobelpreis 1997:
Myron Scholes (*1941), Robert C. Merton (*1944)

Frühe Wegbereiter:
Louis Bachelier (1870-1946), Vinzenz Bronzin (1872–1970)

Black-Scholes-Merton Bewertungsformel (Hull 15.8)

Für einen europäischen Call auf eine dividendenlose Aktie mit Auszahlungsprofil $max\left(S_T - K, 0\right)$ ergibt sich eine explizite Lösung der Differentialgleichung:

$$c = S_0 N\left(d_1\right) - K e^{-rT} N\left(d_2\right)$$

mit:

$$d_1 = \frac{\ln\left(S_0/K\right) + \left(r + \sigma^2/2\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

Dabei ist:

S_0	=	**Kurs des Underlying zum Bewertungszeitpunkt** $t = 0$
$N(x)$	=	$P(X < x)$ **für eine standardnormalverteilte Zufalls-variable** X **(kumulative Verteilungsfunktion)**
K	=	**Basispreis bzw. Bezugspreis**
r	=	**stetiger Zinssatz**
T	=	**verbleibende Zeit bis zur Fälligkeit der Option**
σ	=	**Volatilität des Underlying (z.B.** $\sigma = 30\% = 0{,}3$**)**

Bewertung europäischer / amerikanischer Calls / Puts

Europäischer Call:	**Black-Scholes-Merton Formel**
Amerikanischer Call:	**Wert entspricht dem eines europäischen Calls, da das Recht auf vorzeitige Ausübung nie ausgeübt wird** (zumindest bei einer dividendenlosen Aktie)
Europäischer Put:	**Bewertung über Put-Call-Parität**
Amerikanischer Put:	**Numerische Verfahren**

„Greeks“ (Sensitivitätskennzahlen)

„Delta“ 1. Ableitung nach dem Aktienkurs *S*: $\frac{dc}{dS}$

„Gamma“ 2. Ableitung nach dem Aktienkurs *S*: $\frac{d^2c}{dS^2}$

„Theta“ Ableitung nach der Zeit *t*: $\frac{dc}{dt}$

„Vega“ Ableitung nach der Volatilität σ: $\frac{dc}{d\sigma}$

„Rho“ Ableitung nach dem Zins *r*: $\frac{dc}{dr}$

e) Risikoneutrale Bewertung

Beispiel:	Investition in $t = 0$	Payoff f_d „down"-Szenario	Payoff f_u „up"_ Szenario
Aktie:	- 340	300	400
Anlage/Kredit zu 10%:	- 100	110	110
1 Aktie und 273 € Kredit:	- 340 + 273 = - 67	300 - 273*1,1 = 0	400 - 273*1,1 = 100
-1 Aktie (Leerverkauf) u. 364 € Geldanlage:	340 - 364 = - 24	-300 + 364*1,1 = 100	-400 + 364*1,1 = 0
Call mit Basis 350:	?	0	50

Erläuterung:

- durch geschickte Kombination von Aktienkauf und Kreditaufnahme kann ein Portfolio konstruiert werden mit Anschaffungskosten von 67 € und payoff im „down“-Szenario von f_d = 0 € und f_u = 100 € im „up“-Szenario.

- durch geschickte Kombination von Leerverkauf (zu Leerverkäufen siehe Hull 5.2) und Geldanlage kann ein Portfolio konstruiert werden mit Anschaffungskosten von 24 € und payoff von f_d = 100 € im „down“-Szenario und f_u = 0 € im „up“-Szenario.

- ein Zertifikat, dass im „up"-Szenario eine Auszahlung von 100 € liefert und 0 € im „down"-Szenario, hat also einen Wert von 67 € (1 € im „up"-Szenario kostet 67 Cent).

- ein solches Zertifikat liefert dieselben pay-offs wie ein Portfolio aus zwei Calls mit Basispreis 350 €.

- folglich muss der Wert eines Calls mit Basis 350 € gegeben sein durch $\frac{67\,€}{2}$ = 33,5 €

Hieraus lässt sich in arbitragefreien Märkten folgende allgemeine Bewertungsformel ableiten:

$$f = 0{,}67\,f_u + 0{,}24\,f_d = \frac{0{,}74\,f_u + 0{,}26\,f_d}{1{,}1}$$

Beispiele:

- **Aktie:** $$f = \frac{0{,}74 \cdot 400 + 0{,}26 \cdot 300}{1{,}1} = 340$$

- **Geldanlage:** $$f = \frac{0{,}74 \cdot 110 + 0{,}26 \cdot 110}{1{,}1} = 100$$

- **Option:** $$f = \frac{0{,}74 \cdot 50 + 0{,}26 \cdot 0}{1{,}1} = 33{,}64$$

Allgemeiner Ansatz (Hull 13.1)

- Aktie steigt von S_0 entweder auf $S_0 u$ oder fällt oder fällt auf $S_0 d$, wobei $u > 1$ und $d < 1$

- (stetiger) risikoloser Zins: r

- dann lautet die allgemeine Bewertungsformel:

$$f = \frac{p f_u + (1-p) f_d}{e^{rT}} \qquad \text{mit} \qquad p = \frac{e^{rT} - d}{u - d}$$

Kontrollrechnung:

- in unserem Beipiel war $S_0 = 340$, $S_0 u = 400$ **und**

$S_0 d = 300$ **, also** $u = \frac{400}{340}$ **und** $d = \frac{300}{340}$

Zusammen mit $e^{rT} = 1{,}1$ **ergibt sich:**

$$p = \frac{1{,}1 - \frac{300}{340}}{\frac{400}{340} - \frac{300}{340}} = \frac{1{,}1 * 340 - 300}{400 - 300} = 0{,}74$$

Risikoneutrale Bewertung (Hull 13.2)

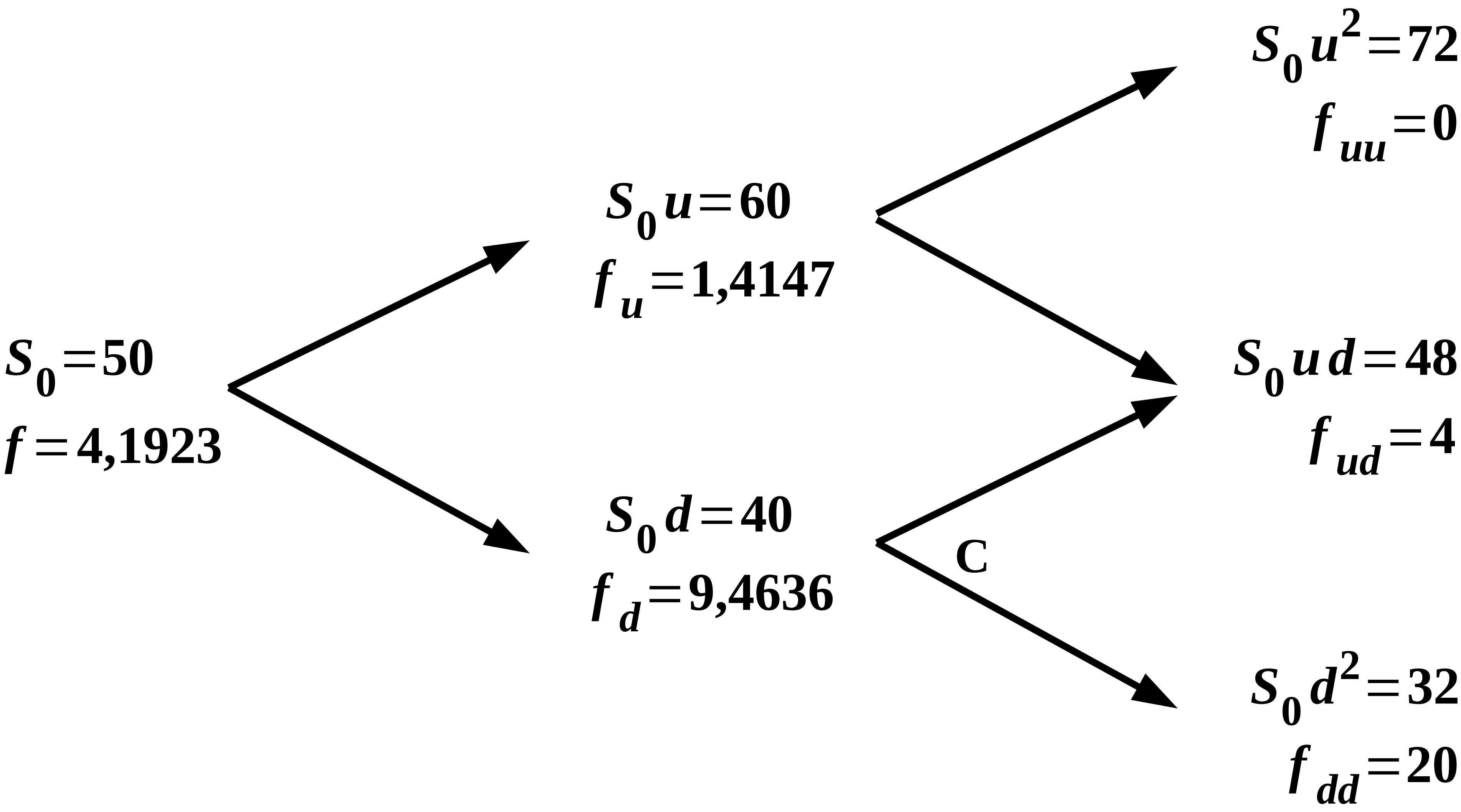
- die allgemeine Bewertungsformel kann als diskontierter Erwartungswert interpretiert werden.

- die Bewertung kann also so erfolgen, „als ob“ allseitige Risikoneutralität vorliegen würde.

- beachte, dass über die tatsächlichen Eintrittswahrscheinlichkeiten des up- und down-Szenarios keine Annahmen getroffen wurden. Diese müssen also nicht mit p und $1 - p$ übereinstimmen (außer es liegt allgemeine Risikoneutralität vor)

f) Binomialbäume

1. Bewertung einer europäischen Put-Option



Bewertung einer europäischen Put-Option (Hull 13.4)

- es soll ein europäischer Put bewertet werden mit Basispreis *K* = 52 € und Restlaufzeit *T* = 2 Jahre

- der Zeitraum bis zur Fälligkeit wird in zwei Abschnitte der Länge $\Delta t = 1$ eingeteilt

- der aktuelle Aktienkurs ist $S_0 = 50$, weiterhin gilt *u* = 1,2 und *d* = 0,8 (=> Aktienkurs ± 20% je Zeitschritt) und *r* = 5%

- in den Endpunkten kann der Wert des Puts unmittelbar aus $max(52 - S_T, 0)$ berechnet werden.

- hiervon ausgehend kann sukzessive auch für alle davor liegenden Kontenpunkten der Wert des Puts berechnet werden (Rückwärtsinduktion)

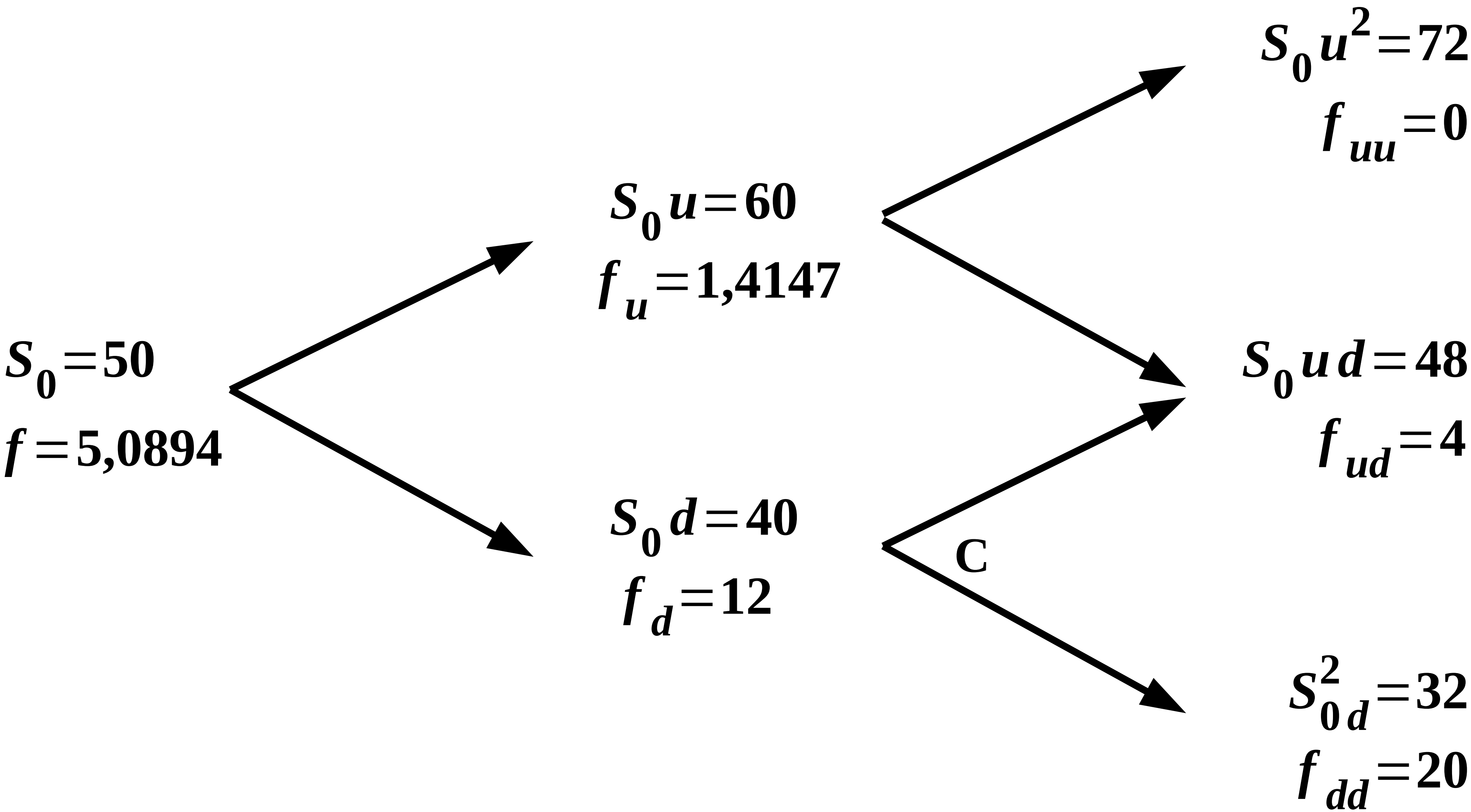
- anzuwenden dabei ist jeweils die Formel:

$$f = \frac{p f_u + (1-p) f_d}{e^{r\Delta t}} \quad \text{mit:} \quad p = \frac{e^{r \cdot \Delta t} - d}{u-d} = \frac{e^{0{,}05 \cdot 1} - 0{,}8}{1{,}2 - 0{,}8} = 0{,}6282$$

- z.B. gilt im Knoten C: $\frac{0{,}6282 \cdot 4 + (1 - 0{,}6282) \cdot 20}{e^{0{,}05 \cdot 1}} = 9{,}4636$

- Endergebnis: Wert des europäischen Puts *f* = 4,1923 €

2. Bewertung einer amerikanischen Put-Option



Bewertung einer amerikanischen Put-Option (Hull 13.5)

- im Fall eines amerikanischen Puts muss in jedem Knoten überprüft werden, ob sich eine vorzeitige Ausübung lohnt.

- dies ist im Knoten C tatsächlich der Fall, da bei Ausübung $max(52-40, 0)=12$ erzielt werden können, während der Wert einer europäischen Puts in diesem Knoten nur 9,4636 beträgt.

- der Wert eines amerikanischen Puts ist also:

$$f = \frac{0{,}6282 \cdot 1{,}4147 + (1-0{,}6282) \cdot 12}{e^{0{,}05 \cdot 1}} = 5{,}0894$$

3. Amerikanischer Call auf dividendenzahlende Aktie (Hull 21.3)

- Betrachtet wird ein amerikanischer Call mit K = 52 €

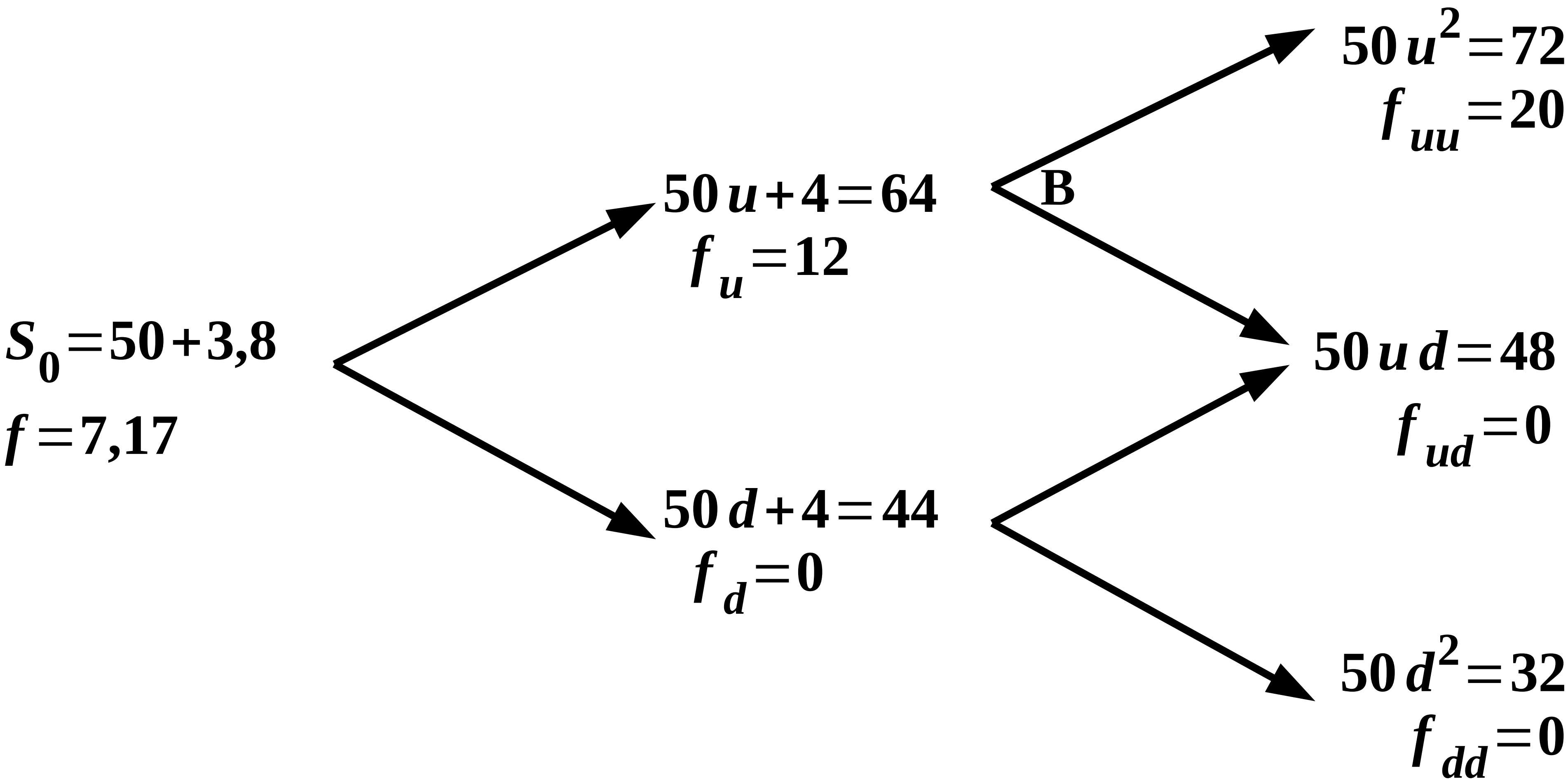
- sei S_0 = 53,8 € und es sei bekannt dass in t = 1 eine Dividende von 4 € gezahlt wird.

- von den S_0 = 53,8 € entfallen $3{,}8 = 4\,e^{-0{,}05}$ auf die Dividende

- für S_0^* = 50 € wird der Zufallsprozess wie üblich modelliert

- im Knoten B lohnt sich die vorzeitige Ausübung, weil man sonst auf die Dividende verzichten würde. Der Wert des Calls im Knoten B wäre andernfalls: $\dfrac{0{,}6282 \cdot 20 + 0}{e^{0{,}05 \cdot 1}} = 11{,}95 < 12$

Amerikanischer Call auf eine dividendenzahlende Aktie



Erhöhung der Anzahl an Zeitschritten

- die Genauigkeit kann verbessert werden, indem man die Laufzeit der Option in immer mehr Zeitschritte unterteilt.

- damit die Volatilität im Modell mit der tatsächlichen Volatilität *σ* der Aktie übereinstimmt, ist $u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}$ und $d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}}$ zu wählen. (vgl. Cox, Ross, Rubinstein 1979)

(dabei ist bei *n* Zeitschritten $\Delta t = \frac{T}{n}$, wobei die Restlaufzeit *T* der Option üblicherweise in Jahren gemessen wird und *σ* ebenfalls die Volatilität der jährlichen Renditen bezeichnet)

Übergang zum Black-Scholes-Merton-Modell

- wird die Laufzeit der Option in unendlich viele Zeitschritte unterteilt, dann erhält man als Grenzfall die gleiche Lösung wie im Black-Scholes-Merton-Modell

- das bedeutet, dass sich der Wert einer Option auch als diskontierter Erwartungswert schreiben lässt (Hull 15.8):

$$c = \frac{E[max(S_T - K, 0)]}{e^{rT}} \quad \text{bzw.} \quad p = \frac{E[max(K - S_T, 0)]}{e^{rT}}$$

Hierbei ist der Logarithmus $\ln(S_T)$ normalverteilt mit Erwartungswert $\ln(S_0)+(r-\sigma^2/2)T$ und Varianz $\sigma^2 T$ (Hull, Anhang Kapitel 15)

Value at Risk (Hull, Kapitel 22)

Value at Risk (VaR)

- **Risikokennzahl, entwickelt Anfang der 90er Jahre in der Bank J.P. Morgan (4-15 Report an den CEO Dennis Weatherstone).**

- **Alle Risiken der Bank aus Geschäften mit Aktien, Anleihen, Währungen, Optionen, Futures usw. sollen zu einer anschaulichen Kennzahl zusammengefasst werden.**

- **Katastrophale, aber sehr unwahrscheinliche Szenarien bleiben unberücksichtigt**

Value at Risk (VaR)

Value at Risk (VaR) mit Konfidenzniveau p% und einem Riskohorizont von N Tagen macht eine Aussage der folgenden Form:

> **Ich bin zu p% sicher, dass nach Ablauf von N Tagen kein größerer Verlust entsteht als der Value at Risk**

Unter bestimmten Bedingungen gilt dabei näherungsweise:

$$VaR_{N\,Tage} = \sqrt{N}\;VaR_{1\,Tag}$$

Value at Risk und Normalverteilung

Bei einer Normalverteilung mit $\mu = 0$ (kein Drift) und

Standardabweichung σ gilt:

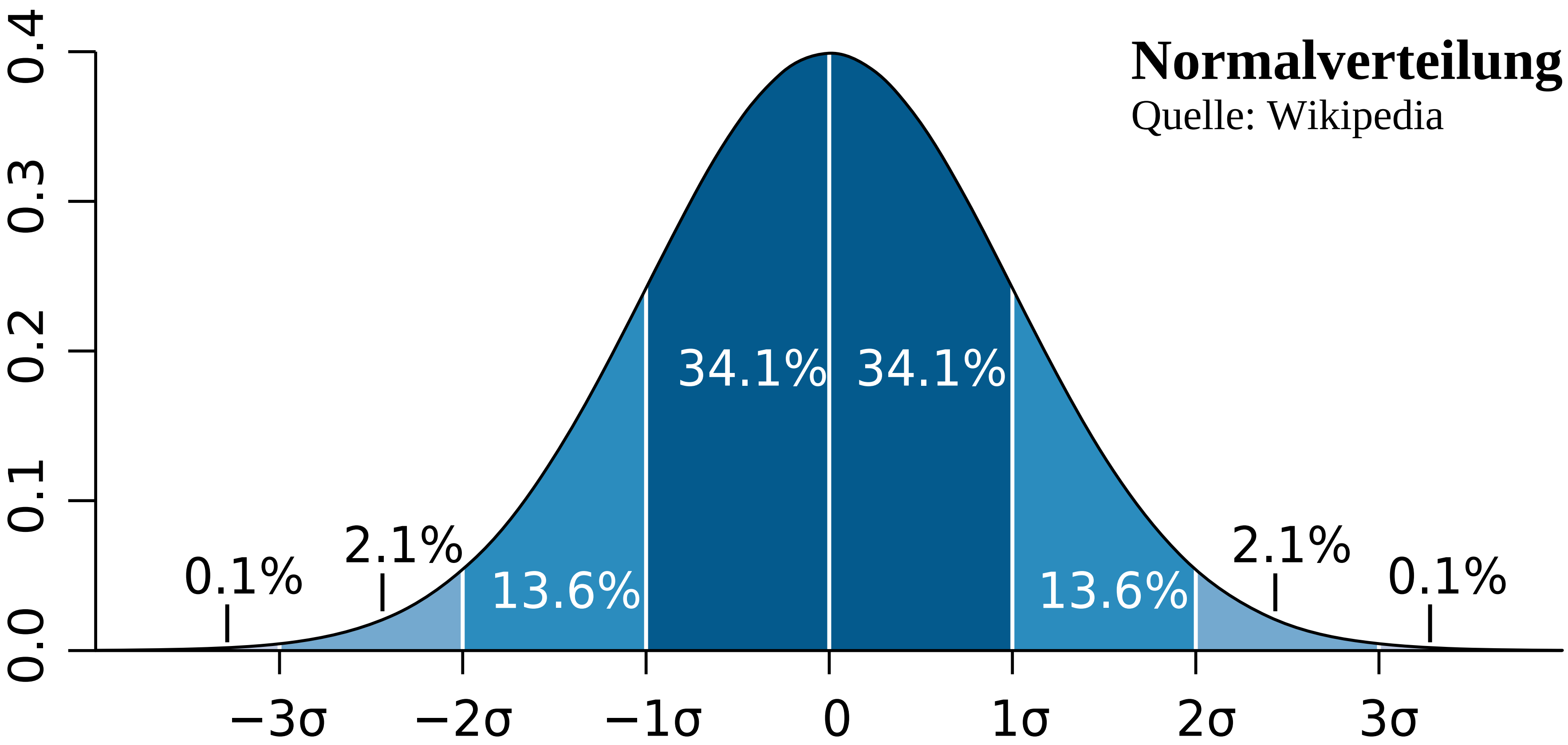
$$VaR_{95\,\%} = 1{,}65\,\sigma$$

$$VaR_{97{,}8\,\%} = 2\,\sigma$$

$$VaR_{99\,\%} = 2{,}33\,\sigma$$

$$VaR_{99{,}9\,\%} = 3\,\sigma$$

$$VaR_{99{,}997\,\%} = 4\,\sigma$$



- **Verlust von mehr als *3σ* hat W-keit von *0,1%***
- **Verlust von mehr als *2σ* hat W-keit von *0,1%* + *2,1%* = *2,2%***

Berechnung von σ (Lineares Modell vgl. Hull 22.4)

Betrachte ein Portfolio aus *n* Assets, wobei α_i den in Asset i investierten Betrag bezeichnet. σ_i ist die Volatilität (Standardabweichung) von Asset i und ρ_{ij} die Korrelation der Renditen der Assets *i* und *j*. Dann gilt:

$$\sigma^2_{Portfolio} = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \rho_{ij} \alpha_i \alpha_j \sigma_i \sigma_j$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \alpha_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{n} \sum_{j<i} \rho_{ij} \alpha_i \alpha_j \sigma_i \sigma_j$$

Kritik der Normalverteilungshypothese

- für die täglichen Renditen des Dax gilt $\sigma \approx 1\%$

- ein 4σ Ereignis wäre also ein Tagesverlust von ≥ 4%

- die W-keit für ein 4σ Ereignis ist *0,003% ≈ 1 zu 33.000*

- unter der Normalverteilungshypothese wäre also nur alle 33.000 Tage (bei etwa 256 Handelstagen im Jahr alle 130 Jahre) mit einem Tagesverlust von mehr als 4% zu rechnen (tatsächlich durchschnittlich 1-2 Fälle pro Jahr)

- dies zeigt, dass die Normalverteilung die W-keit hoher Verluste deutlich unterschätzt (sog. fat tails)

Weitere Kritikpunkte an der Normalverteilungshypothese:

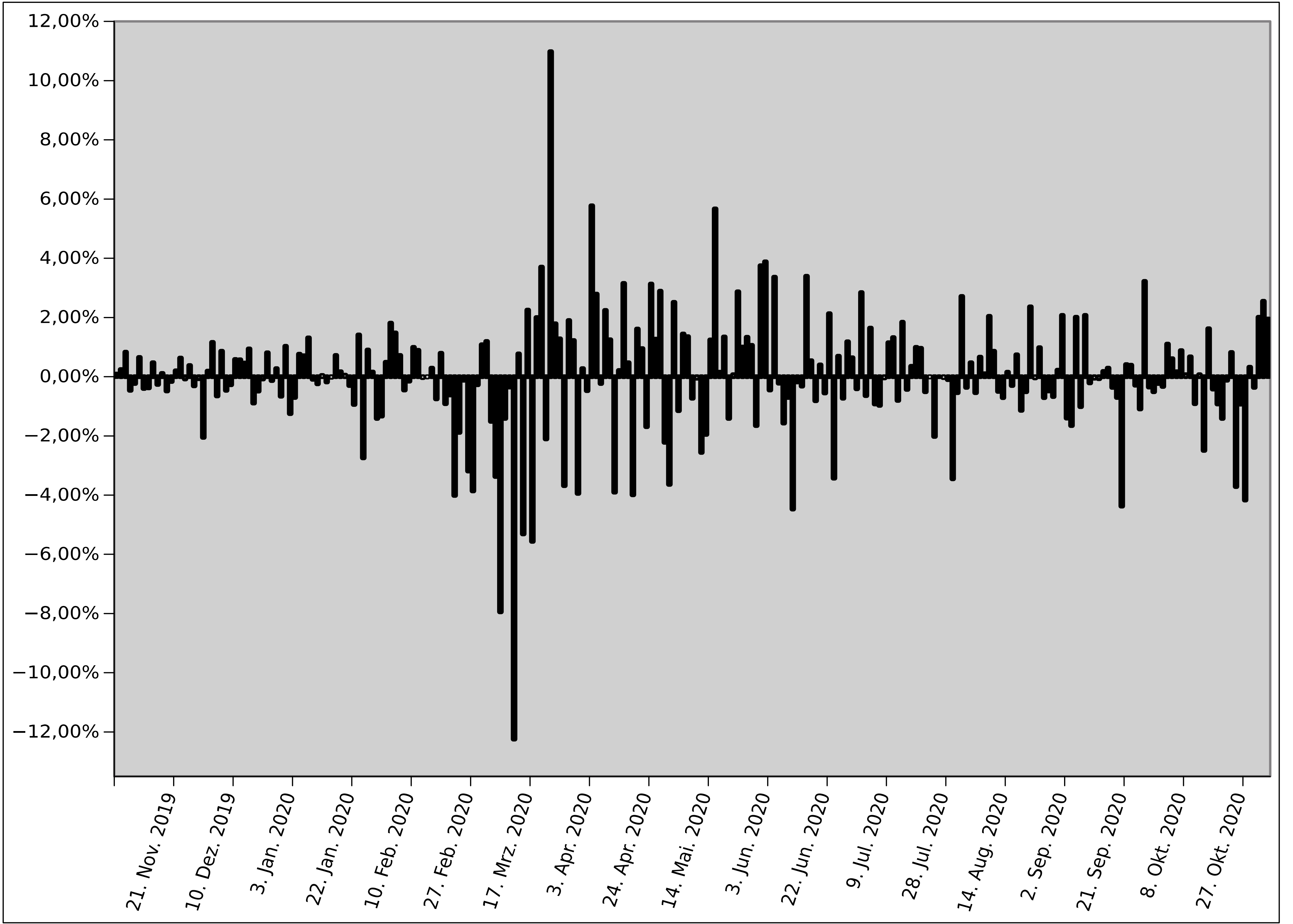
- auf Optionen lässt sich der Ansatz nur bei einer linearen Delta-Approximation anwenden, die aber wegen der Konvexität (Gamma) von Optionen zu ungenau ist.
- Kreditausfallrisiken sind offensichtlich nicht normalverteilt (binäres Ereignis)
- als Alternative bieten sich Simulationsverfahren an:
    - Historische Simulation (siehe unten)
    - Monte-Carlo-Simulation (Szenarien werden durch Zufallsgenerator aus einer W-keitsverteilung erzeugt)

Historische Simulation (am Beispiel des Dax)

- Betrachte ein Portfolio, dass eins zu eins den Dax abbildet (Z.B. einen entsprechenden ETF)

- um den Value at Risk zu berechnen, werden für den Dax die historischen Renditen im Zeitraum 5. Nov. 2019 bis 4. Nov. 2020 betrachtet (253 Handelstage, σ = 2,04% => zeitweise extrem hohe Volatilität durch Corona-Krise)

- diese Renditen werden der Größe nach geordnet. Der Value at Risk für ein 95%-iges Konfidenzniveau als 13-schlechtester Wert (5% von 253 = 12,65) ist 3,71% (bei einem Volumen von 10.000 € beträgt der Value at Risk also 371 €)



12,00%
10,00%
8,00%
6,00%
4,00%
2,00%
0,00%
−2,00%
−4,00%
−6,00%
−8,00%
−10,00%
−12,00%
21. Nov. 2019
10. Dez. 2019
3. Jan. 2020
22. Jan. 2020
10. Feb. 2020
27. Feb. 2020
17. Mrz. 2020
3. Apr. 2020
24. Apr. 2020
14. Mai. 2020
3. Jun. 2020
22. Jun. 2020
9. Jul. 2020
28. Jul. 2020
14. Aug. 2020
2. Sep. 2020
21. Sep. 2020
8. Okt. 2020
27. Okt. 2020

1	12. Mrz 2020	-12,24 %
2	9. Mrz 2020	-7,94 %
3	18. Mrz 2020	-5,56 %
4	16. Mrz 2020	-5,31 %
5	11. Jun 2020	-4,47 %
6	21. Sep 2020	-4,37 %
7	28. Okt 2020	-4,17 %
8	24. Feb 2020	-4,01 %
9	21. Apr 2020	-3,99 %
10	1. Apr 2020	-3,94 %
11	15. Apr 2020	-3,90 %
12	28. Feb 2020	-3,86 %
13	26. Okt 2020	-3,71 %
14	27. Mrz 2020	-3,68 %

N = 253

Value at Risk (95%) = 3,71%

Historische Simulation mit mehreren Risikofaktoren

- identifiziere Risikofaktoren für das Portfolio (z.B. Kurse der Aktien von BMW und RWE)
- ermittle die zufälligen Renditen dieser Aktien für die vergangenen N Tage
- wende diese Renditen auf den aktuellen Kurs an und erzeuge so N Szenarien
- in jedem Szenario muss eine Neubewertung des Portfolios erfolgen (ggf. inklusive Neuberechnung der Optionswerte)
- Ordne die Ergebnisse der Größe nach und bestimme den Value at Risk

	Historische Kursdaten		Simulation	
	BMW	RWE	BMW	RWE
t = -200	73,20	19,54		
t = -199	72,10 (-1,5%)	19,21 (-1,7%)	75,21*0,985 = 74,08	26,21*0,983 = 25,76
…				
…				
t = -2	75,14 (+0,3%)	26,26 (+0,6%)	75,21*1,003 = 75,44	26,21*1,006 = 26,37
t = -1	74,24 (-1,2%)	25,92 (-1,3%)	75,21*0,988 = 74,31	26,21*0,987 = 25,87
t = 0	75,21 (+1,3%)	26,21 (+1,1%)	75,21*1,013 = 76,19	26,21*1,011 = 26,50

Value at Risk und Diversifikation

- eine Bank, deren Insolvenzwahrscheinlichkeit maximal 0,1% betragen soll, muss über Eigenkapital in Höhe des Value at Risk mit Konfidenzniveau 99,9% verfügen.

- diversifiziert die Bank stärker, indem in immer mehr unterschiedliche Projekte investiert wird, dann steigt dadurch die Wahrscheinlichkeit, dass eines dieser vielen Projekte zu Verlusten führt, auch wenn diese Verluste in Relation zum Gesamtportfolio der Bank relativ klein ausfallen werden.

- bei einer Bank mit sehr wenig Eigenkapital können aber auch relativ kleine Verluste bereits zur Insolvenz führen.

- daher kann mehr Diversifikation die Insolvenzwahrscheinlichkeit einer Bank erhöhen (Rau-Bredow 2020↑). Diversifikation kann also paradoxerweise zu einem höheren Value at Risk führen.

- wegen diesem paradoxen Ergebnis wird Value at Risk in der Literatur als problematisches Risikomaß angesehen (obwohl in unserem Beispiel die Risiken korrekt abgebildet wurden).

Kohärente Risikomaße

- Artzner et al 1999: Theorie der „kohärenten“ Risikomaße

- nach Artzner et al 1999 ist Subadditivität die wichtigste Bedingung für ein kohärentes Risikomaß:

$$Risiko(X + Y) \leq Risiko(X) + Risiko(Y)$$

- Value at Risk ist nicht in allen Fällen subadditiv und daher <u>kein</u> kohärentes Risikomaß

- als alternatives Risikomaß wird der Expected Shortfall (auch Conditional VaR, *Ø*-licher Verlust in den *(1-p)%* schlechtesten Fällen) vorgeschlagen.

Kritik des Subadditivitätsaxioms

- Subadditivität soll sicherstellen, dass das Risikomaß die (angeblichen) Vorteile von Diversifikation korrekt abbildet: Das Risiko der Summe ist kleiner als die Summe der Risiken.

- es ist aber fraglich, ob z. B. eine Fusion von Deutscher Bank und Commerzbank zu mehr Finanzmarktstabilität führen würde: Es ist ein Szenario denkbar, in dem die fusionierte Bank in Schieflage gerät, während ohne Fusion in genau demselben Szenario zumindest eines der beiden Institute überlebt hätte („bigger is not always safer", vgl. Rau-Bredow 2019↑)