

Termingeschäfte und Derivate

Hans Rau-Bredow

hans.rau-bredow@uni-wuerzburg.de

Freitag, 10. März 2023

Wiederholung und Ergänzungen

Basisbegriffe Forwards/Futures

Arbitragefreiheit: Es können keine risikolosen Extragewinne erzielt werden. Genauer: Es existiert keine Strategie, bei der es nur Geldauszahlungen gibt, aber keine Einzahlungen notwendig sind (kein free lunch).

Basis: Spot Preis s_0 minus Futures-Kurs F_0

Contango: Basis < 0

Backwardation: Basis > 0

Carry Trade: Physischer Kauf eines
Wirtschaftsgutes zum aktuellen Marktpreis s_0
bei gleichzeitigem Verkauf auf Termin.
Zwischenzeitlich muss das Gut gelagert werden.

Cost of Carry: Zinskosten plus Lagerkosten

Super Contango:

Futures-Kurs $F_0 > \text{Spot Preis } s_0 + \text{Cost of Carry}$

Bei Super Contango ergibt sich ein positiver Gewinn für Carry Trades (Free Lunch).

Widerspricht der Theorie arbitragefreier Märkte.

Full Carry:

Futures-Kurs $F_0 = \text{Spot Preis } s_0 + \text{Cost of Carry}$

In diesem Fall ist der Gewinn eines Carry Trades gleich Null. Hieraus ergibt sich eine Obergrenze für den Futures-Kurs bei Arbitragefreiheit.

Reverse Carry Trade: Verkauf von physischen Lagerbeständen bei gleichzeitigem Rückkauf auf Termin. Lohnt sich, wenn der Markt nicht in Full Carry ist, also insbesondere bei Backwardation. Setzt voraus, dass entsprechende Lagerbestände vorhanden sind.

Convenience Yield: Vorteil des unmittelbaren physischen Besitzes gegenüber dem Halten eines Futures. Spricht gegen die Vorteilhaftigkeit von Reverse Carry Trades und erklärt, warum Lagerhaltung auch bei Backwardation beobachtet werden kann.

Investitionsgüter: Güter die zu Investitionszwecken gehalten werden (Aktie, Anleihen, Fremdwährungen, Gold). Hier sind immer ausreichende Bestände vorhanden. Reverse Carry Trades sind deshalb immer möglich und der Markt wird in Full Carry sein. Die Convenience Yield ist Null.

Konsumgüter: Güter, die im Produktionsprozess verbraucht werden (Öl, Weizen etc.). Es können Knappheiten auftreten und Reverse Carry Trades sind nicht immer möglich. Die Convenience Yield kann positiv sein, so dass der Markt nicht in Full Carry ist und eventuell sogar in Backwardation.

Samuelson Hypothese: Besagt, dass der Spotpreis und kurzfristige Futures volatiler sind als langfristige Kontrakte

Basisbegriffe Optionen

Long Call (Kauf einer Kaufoption): Das Recht -
aber nicht die Verpflichtung - ein
Wirtschaftsgut zum fixierten Basispreis (strike)
K jederzeit bis zum Fälligkeitstag
(amerikanische Option) oder genau am
Fälligkeitstag (europäische Option) zu kaufen.

Short Call (Verkauf einer Kaufoption, Stillhalter): Die Verpflichtung, auf Verlangen des Optionsinhabers ein bestimmtes Wirtschaftsgut zum fixierten Basispreis K zu liefern.

Long Put (Kauf einer Verkaufsoption): Das Recht - aber nicht die Verpflichtung - ein Wirtschaftsgut zum fixierten Basispreis K bis jederzeit zum Fälligkeitstag (amerikanische Option) oder genau am Fälligkeitstag (europäische Option) zu verkaufen.

Short Put (Verkauf einer Verkaufsoption, Stillhalter): Die Verpflichtung, auf Verlangen des Optionsinhabers ein bestimmtes Wirtschaftsgut zum fixierten Basispreis K abzunehmen.

Optionspreis: Prämie, die der Optionskäufer an den Stillhalter zahlt bzw. der Preis, zu dem das Optionsrecht gehandelt wird.

Innerer Wert: Wert der Option bei sofortiger Ausübung. Bei Kaufoption gleich $\text{Max}(s_0 - K; 0)$ und bei einer Verkaufsoption gleich $\text{Max}(K - s_0 ; 0)$

Zeitwert: Optionspreis minus innerer Wert.

In the money (ITM): Wenn der innere Wert der Option größer als Null ist. Bei einer Kaufoption ist das bei $s_0 > K$ der Fall und bei einer Verkaufsoption bei $s_0 < K$.

Out of the money (OTM): Wenn der innere Wert der Option gleich Null ist. Bei einer Kaufoption ist das bei $s_0 < K$ der Fall und bei einer Verkaufsoption bei $s_0 > K$.

At the money (ATM): Börsenkurs ist ungefähr gleich Basispreis.

Delta-Hedging: Es wird eine bestimmte Stückzahl des Basiswertes gehalten, so dass Gewinne und Verluste denen der Option entsprechen. Ist nur bei geringfügigen Veränderungen des Basiswertes eine gute Approximation (**Gamma-Risiko**).

Black-Scholes-Merton Formel: Liefert eine exakte Lösung für einen europäischen Call. Falls eine vorzeitige Ausübung vorteilhaft sein könnte (amerikanischer Put, amerikanischer Call auf eine Dividenden zahlende Aktie) kann der Optionswert mit Hilfe von **Binomialbäumen** approximiert werden.

Auszahlung im Best Case / Worst Case

Auszahlung im Best Case / Worst Case

<i>Art des Geschäftes:</i>	<i>Max. Gewinn:</i>	<i>Max. Verlust:</i>
Kauf Call:	unendlich	Optionsprämie
Verkauf Call (Stillhalter):	Optionsprämie	unendlich
Kauf Put:	Basispreis abzgl. Optionsprämie*	Optionsprämie
Verkauf Put (Stillhalter):	Optionsprämie	Basispreis abzgl. Optionsprämie*
Kauf Future:	unendlich	Terminkurs*
Verkauf Future:	Terminkurs*	unendlich

* Mit Null als unterer Preisgrenze.

Bewertung von Aktienfutures

Eine Aktie notiere bei $S_0 = 141$ €. Der Zins sei $r = 2\%$ und die Dividendenrendite $q = 5\%$ jeweils bei stetiger Verzinsung.

a) Berechne den arbitragefreien Kurs eines 9-Monats-Futures!

$$F_0 = S_0 e^{(r - q) T} = 141 e^{(0,02 - 0,05) 0,75} = 137,86 \text{ €}$$

b) Liegt Contango oder Backwardation vor?

Es liegt Backwardation vor. Grund: Dividendenrendite q kleiner als Zins r . (kann bei Rohstoffen mit Lagerkosten $u = b$ („negative“ Rendite) nicht auftreten.)

Währungs-Futures

Währungsfuture US-Dollar / Japanischer Yen (USD/JPY)

Aktueller Wechselkurs (Spotpreis): $S_0 = 130 \text{ ¥}$ (1 \$ = 130 ¥)

Zins USA: 4% p.a. (stetiger Zinssatz)

Zins Japan: 1% p.a. (stetiger Zinssatz)

6-Monats-Forwardkontrakt: $F_0 = 129 \text{ ¥}$

**Berechne den Gewinn eines japanischen
Investors bei einem Carry Trade in US-Dollar!**

Heute:

- Kreditaufnahme 130 Mio. ¥
- Kauf 1 Mio. \$ zu 1 \$ = 130 ¥

In 6 Monaten:

- 1 Mio. \$ plus Zinsen: $1 \text{ Mio. \$} \cdot e^{0,04 \cdot 0,5} = 1,020 \text{ Mio. \$}$.
- Kreditschulden: $130 \text{ Mio. ¥} \cdot e^{0,01 \cdot 0,5} = 130,652 \text{ Mio. ¥}$

Tausch des Dollar-Guthabens zum ex ante festgelegten Terminkurs $F_0 = 129 \text{ ¥}$ in $1,02 \cdot 129 = 131,580 \text{ Mio. ¥}$. Nach Abzug der Schulden verbleibt ein Gewinn von $0,928 \text{ Mio. ¥}$.

Bewertung von Währungs-Futures

- Yen Zins $r_{¥}$ entspricht heimischen Zins $r = 0,01$
- Dollar Zins $r_{\$}$ entspricht Asset-Rendite $q = 0,04$

$$F_0 = S_0 e^{(r - q) T}$$

$$F_0 = S_0 e^{(r_{¥} - r_{\$}) T}$$

$$= 130 e^{(0,01 - 0,04) 0,5} = 128,065$$

Bei $r_{¥} < r_{\$}$ liegt Backwardation vor und bei $r_{¥} > r_{\$}$ Contango (jeweils aus japanischer Sicht).

Was wäre, wenn die Transaktion durch einen US Investor durchgeführt wird?

- identische Transaktionen: Kreditaufnahme in Yen, Tausch in Dollar und Rückkauf der Yen auf Termin.**
- Aus US-Sicht handelt es sich jetzt aber um einen Reverse Carry Trade (temporärer Verkauf der Fremdwährung Yen)**
- Wechselkurs $1 \$ = 130 ¥$ (Mengennotierung) wäre zu übersetzen in einen Spotpreis $S_0 = 1 \$ / 130 ¥ = 0,0077 \$$ (Preisnotierung: 1 Yen kostet 0,0077 \$)**

Reverse Carry Trades

- **Spotpreis Öl:** $S_0 = 70$ \$/Barrel
- **6-Monats-Terminkurs:** $F_0 = 71$ \$/Barrel
- **Zinskosten:** 2% bei halbjährlicher Verzinsung
- **Lagerkosten:** 0,50 \$/Monat, nachschüssig zu zahlen.

a) Liegt Contango oder Backwardation vor?

b) Ist der Markt in Full Carry?

c) Wie hoch wäre der Gewinn eines Reverse Carry Trades?

d) Warum finden eventuell dennoch keine Reverse Carry Trades statt?

zu a) Contango

zu b) Zinskosten: $2\%/2$ von 70 \$ = 0,70 \$

Lagerkosten: 0,50 \$·6 Monate = 3 \$

Cost of Carry: 3,70 \$

Bei Full Carry wäre der Future-Kurs: 70 \$ + 3,70 \$ = 73,70 \$

=> Wegen $F_0 = 71$ \$ ist der Markt nicht in Full Carry.

- zu c) - **Reverse Carry Trade: Verkauf von Lagerbeständen bei gleichzeitigen Rückkauf auf Termin.**
- **Dadurch können 3 \$ Lagerkosten eingespart werden.**

Aktion heute

- **Verkauf zu 70 €/Barrel; Anlage zu 2% p.a.**
- **Rückkauf auf Termin zu $F_0 = 71$ €**

Aktion in 6 Monaten

- **Geldvermögen inklusive Zinsen: 70,70 \$**
- **Future wird fällig; Rückkauf zu 71 \$**

=> 0,30 \$ Verlust; aber insgesamt ergibt sich unter Berücksichtigung der eingesparten Lagerkosten eine Ersparnis von 2,70 \$

Die Convenience Yield könnte positiv sein. (p nz)

Rohstofffutures: Lagerkosten etc.

Arbitrage und Lagerkosten

Rohöl Spot-Preis:	40 \$ je Barrel (159 Liter)
Finanzierungskosten*:	4% p. a.
Lagerkosten*:	0,50 \$ € je Barrel und Monat
3-Monats-Future:	42,50 \$

*** fallen quartalsweise nachschüssig an**

- > Welche Arbitragemöglichkeiten gibt es?

Carry-Trade-Arbitrage wegen Super Contango: Kaufe ein Barrel Öl auf Kredit zu 40 \$, lagere es 3 Monate und verkaufe einen Future zu 42,5 \$: Zinskosten für 3 Monate 0,40 \$, Lagerkosten für 3 Monate 1,50 \$, ergibt risikolosen Gewinn von 0,60 \$ je Barrel.

Aufgabe (Öl-Future)

Datum	Spotpreis	3-Monats-Future
September	61,50 \$	62,90 \$ (Dez.)
Dezember	61,70 \$	62,60 \$ (Mrz.)
März	63,00 \$...

a) Wie hoch ist der gesamte Gewinn oder Verlust, wenn im September ein 3-Monats-Future gekauft wird, der im Dezember in einen weiteren 3-Monats-Future getauscht wird? (ein Future bezieht sich auf 1.000 Barrel)

b) Wäre es lohnender, statt Futures physisches Öl zu kaufen?

zu a):

- Kauf im September eines 3-Monats-Kontrakts ergibt einen Verlust von 1.000 (61,70 – 62,90) = -1.200 \$.**
- Kauf im Dezember eines 3-Monats-Kontrakts ergibt einen Gewinn von 1.000 (63,00 – 62,60) = 400 \$.**
- Insgesamt ergibt sich ein Verlust von 800 \$, obwohl der Ölpreis von 61,50 \$ auf 63 \$ gestiegen ist.**

zu b)

- bei Kauf von physischen Öl fallen Zins- und Lagerkosten an**

Rohstoff-Fonds

- **Exchange-traded Commodities (ETC) investieren nicht physisch in Rohstoffe (Öl, Weizen, Lebendrind ...), sondern bilden Performance regelmäßig über rollierende Futures ab.**
- **Contango bzw. Backwardation führen dann zu Tracking Error relativ zur Benchmark (Beispiel: Underperformance des US Oil Fund (USO)).**
- **Ausnahme: ETCs, die physisch in Gold, Silber, Kupfer bzw. Nickel investieren.**

„Rollen“ von Future-Kontrakten

Stack and Roll

- t = 0** - Kauf eines in t = 1 fälligen Kontrakts

- t = 1** - Schließen des in t = 0 gekauften Kontrakts
- Kauf eines in t = 2 fälligen Kontrakts

- t = 2** - Schließen des in t = 1 gekauften Kontrakts
- Kauf eines in t = 3 fälligen Kontrakts

- t = 3** usw.

Gewinn/Verlust bei Stack and Roll

Gewinn = Differenz zwischen Spotpreis S_T bei Fälligkeit $t = T$ und in $t = 0$ vereinbartem Terminkurs F_0 :

$$S_T - F_0 = \underbrace{S_T - S_0}_{\Delta \text{ Spotpreis}} + \underbrace{S_0 - F_0}_{\text{„Basis“}}$$

- **Contango ($F_0 > S_0$):** **Basis < 0** **=>** **Rollverluste**
- **Backwardation ($F_0 < S_0$):** **Basis > 0** **=>** **Rollgewinne**

Samuelson-Hypothese

„The volatility of forward prices tends, everything else being equal, to decrease with their maturity. This property is called the “Samuelson effect” (see Samuelson, 1965) and is explained by the fact that the arrival of news (e.g., on inventories or reserves) will have an immediate impact on short-term forward prices, while long-term contract prices tend to remain unchanged since production adjustment is likely to take place before the contracts come to delivery at maturity.“

Quelle: Geman, Hélyette (2005): Commodities and Commodity Derivatives. Modeling and Pricing for Agriculturals, Metals and Energy, Seite 28.

Markets

Bitcoin Futures 'Backwardation' Could Signal Bearish Mood

🕒 Oct 19, 2022 at 5:15 p.m. Updated Oct 21, 2022 at 2:06 p.m.

Backwardation is an unusual condition in futures markets when contracts for maturity or delivery many months in the future are trading at lower prices than the near-term, or "front-month," contract. It sometimes can signal that traders see prices falling in the medium or long term.

Diskutieren Sie die Aussage vor dem Hintergrund der Samuelson-Hypothese!

- in einem Bärenmarkt wäre eigentlich Contango zu erwarten, wenn Spotpreis und kurzfristige Futures stärker fallen (da höhere Volatilität) als langfristige Kontrakte.
- so z.B. am Ölmarkt Super-Contango zu Beginn der Finanzkrise 2007/2008 oder bei Beginn der Pandemie im Frühjahr 2020, jeweils bei stark fallenden Ölpreis.
- umgekehrt war der Ölmarkt 2022 in Backwardation bei wegen des Ukraine-Krieges stark steigendem Ölpreis.
- aber unklar, was Backwardation bzw. Contango über die zukünftige Preisentwicklung aussagen.

Wie könnte ein Investor, der langfristig in Bitcoins investiert, von Backwardation profitieren? Was gilt für einen Investor, der selber keine Bitcoins hält?

Der Investor könnte Bitcoins zum Spotpreis verkaufen und gleichzeitig zu einem günstigeren Kurs über ein Future auf Termin zurückerwerben (Reverse Carry Trade, falls Bitcoins als *Investitionsgut* anzusehen sind, sollte kein Backwardation auftreten).

Werden keine Bitcoins gehalten, lässt sich dieser Trade eventuell auch mit geliehenen Bitcoins durchführen; dann wäre noch der Leihzins für die Bitcoins zu berücksichtigen.

Amerikanische Optionen: Vorzeitige Ausübung und Negativzinsen

Aufgabe

Amerikanische Verkaufsoption (Put)

Basiswert: 100 US-Dollar

Basispreis K : 85 Euro

Zeigen Sie, dass sich die vorzeitige Ausübung dieser Option nie lohnt ...

- bei Dollarzinsen größer oder gleich Null und Nullzinsen im Euroraum ($r_{\$} \geq 0$ und $r_{\text{€}} = 0$)**
- bei Dollarzinsen größer oder gleich Null und negativen Zinsen im Euroraum ($r_{\$} \geq 0$ und $r_{\text{€}} < 0$)**

**EU-Perspektive: Option berechtigt zum Verkauf von 100 \$
zum Preis von 85 €**

**US-Perspektive: Option berechtigt zum Kauf von 85 € zum
Preis von 100 \$**

**=> aus US-Sicht handelt es sich um eine
amerikanische Kaufoption (Call) auf Euros.**

- > Wir wissen: Vorzeitige Ausübung einer amerikanischen Kaufoption auf renditeloses Asset (hier Euros) nie lohnend.**
- > bei negativer Rendite des Basiswertes wäre die vorzeitige Ausübung erst recht nie lohnend (Fall $r_{\$} \geq 0$ und $r_{€} < 0$).**

Allgemeine Formulierung

- Option = Recht zum Tausch zweier Assets

**Z.B. Geld gegen Aktie eintauschen (Kaufoption)
oder umgekehrt Aktie gegen Geld eintauschen
(Verkaufsoption)**

**> Vorzeitige Ausübung einer Option nicht lohnend wenn
die Rendite der Bezahlwährung nichtnegativ ist (keine
Haltekosten) und das zu erwerbende Asset keine positive
Rendite hat.**

Aufgabe

Zeigen Sie, dass sich in einer Null- bzw. Negativzinswelt die vorzeitige Ausübung eines amerikanischen Puts auf eine Aktie nie lohnt.

Betrachten Sie dazu ein Portfolio aus einem Put plus einer Aktie.

- Welchen Payoff generiert dieses Portfolio?**
- wie hoch wären die Anschaffungskosten dieses Portfolios, falls sich die vorzeitige Ausübung lohnt?**
- welche Mindestrendite generiert dieses Portfolio?**

> Payoff bei Fälligkeit: $\max(S_T, K)$

> Anschaffungskosten: $S_0 + p$

Annahme: Vorzeitige Ausübung lohnt sich

- Wert p des Puts dann gleich innerem Wert $K - S_0$

- Anschaffungskosten dann gleich Basispreis K

> Mindestrendite also 0% mit einer Chance auf eine Rendite größer als Null (nämlich falls $S_T > K$); eventuell plus zwischenzeitlicher Dividenden.

> Im Vergleich zur Anlage zum geltenden Null- bzw. Negativzins erzielt das Portfolio eine Überrendite oder bietet zumindest die Chance auf eine Überrendite

=> Widerspruch zur Arbitragefreiheit (kein Free Lunch)

=> also müssen die Anschaffungskosten größer sein als Basispreis K

=> also muss der Wert p des Puts immer größer sein als der innere Wert, d.h. die vorzeitige Ausübung lohnt sich nie (Beweis durch Widerspruch).

**Amerikanische Optionen:
Optimale Ausübungsstrategie bei Dividenden (Binomialbaum)**

- Aktienkurs $S_0 = 103,50$ €
- Aktienkurs wird in den nächsten beiden Sechs-Monats--Abschnitte entweder um 10% steigen oder um 10% fallen
- Zins: 7,84 % bei stetiger Verzinsung
- Dividende: 3,64 € in 6 Monaten
- Wie hoch ist der Wert eines einjährigen europäischen Calls mit einem Basispreis von 88 €?

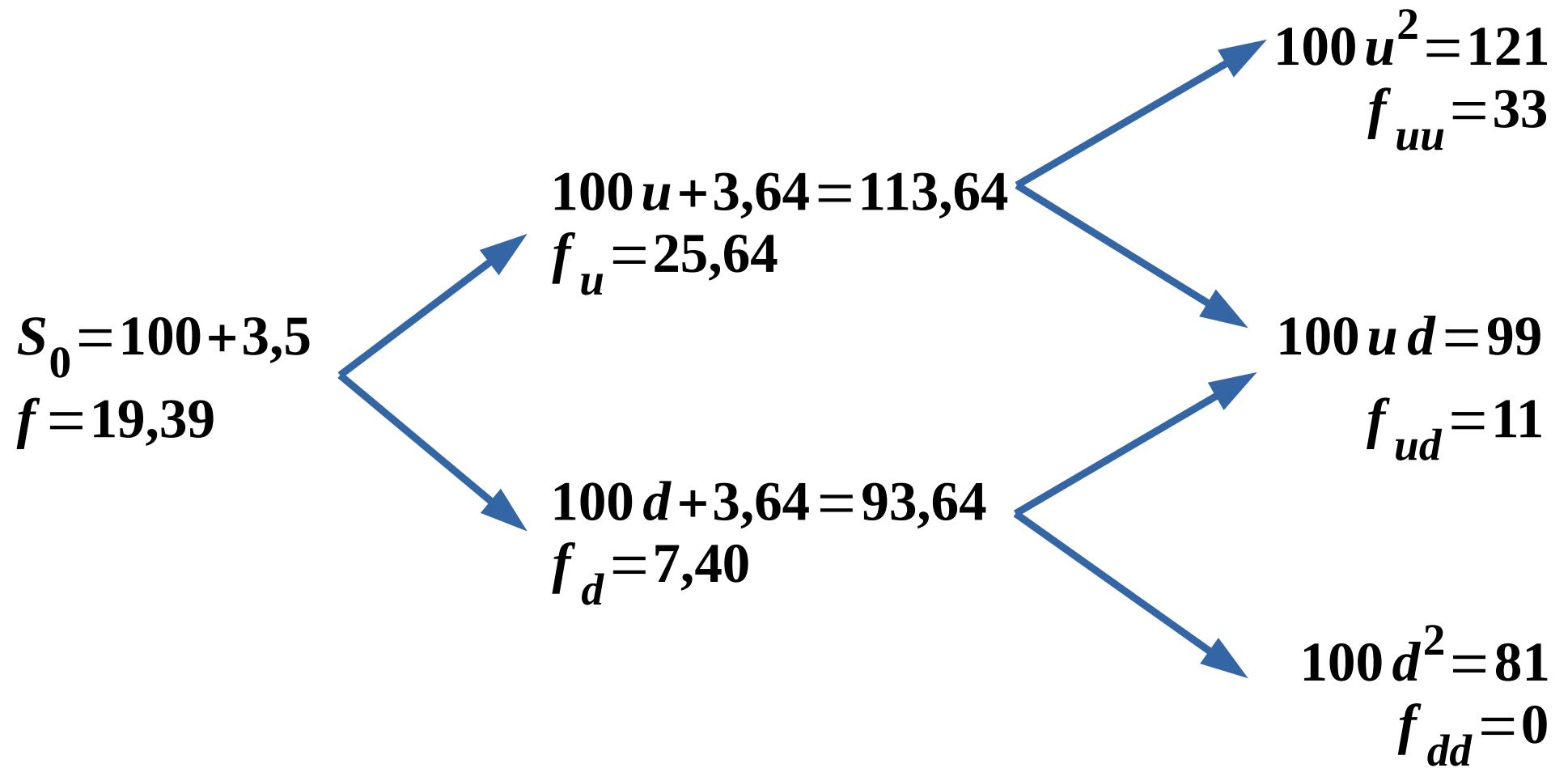
- Barwert Dividende: $3,64 e^{-0,0784 \cdot 0,5} = 3,5$

- fiktive Wahrscheinlichkeit:

$$p = \frac{e^{r \cdot \Delta t} - d}{u - d} = \frac{e^{0,0784 \cdot 0,5} - 0,9}{1,1 - 0,9} = \frac{1,04 - 0,9}{1,1 - 0,9} = 0,7$$

- Risikoneutrale Bewertung:

$$f = \frac{p f_u + (1 - p) f_d}{e^{r \Delta t}} = \frac{0,7 f_u + 0,3 f_d}{1,04}$$



Optimale Ausübungsstrategie:

- im oberen mittleren Knoten gilt:

$$f_u = \frac{0,7 \cdot 33 + 0,3 \cdot 11}{1,04} = 25,38$$

> **Ausübung lohnend wegen $113,64 - 88 = 25,64 > 25,38$**

- im unteren mittleren Knoten gilt:

$$f_d = \frac{0,7 \cdot 11 + 0,3 \cdot 0}{1,04} = 7,40$$

> **Ausübung nicht lohnend da $93,64 - 88 = 5,64 < 7,40$**

Bewertung eines Zinsswaps

(vgl. auch Hull 7.7, Beispiel 7.2)

Fiktives Grundkapital:	100 Mio. €
Empfangener variabler Zins:	6-Monats-Euribor
Zu zahlender Festzins:	3% p. a.
Restlaufzeit:	1,25 Jahre (15 Monate)
Letzte Zinsanpassung:	vor 3 Monaten
Euribor bei letzter Zinsanpassung:	2,9%
Aktueller Zins:	2,8% (stetige Verzinsung)

Zeittafel

- 10.12.2022: Letzte Zinsanpassung (2,9%)**
- 10.03.2023: Bewertungsstichtag (heute)**
- 10.06.2023: Zinszahlung (2,9%) und Zinsanpassung**
- 10.12.2023: Zinszahlung und Zinsanpassung**
- 10.06.2024: letzte Zinszahlung, Laufzeitende**

- der bei der letzten Zinsanpassung fixierte Zins wird jeweils nachschüssig nach Ablauf von 6 Monaten gezahlt**
- Bewertung des Swaps erfolgt als Differenz zwischen einer festverzinslichen und einer variabel verzinsten Anleihe jeweils mit fiktiven Nominalwert $L = 100$ Mio. \$**
- es wird also unterstellt, dass am Laufzeitende A an B 100 Mio. € zahlt und B an A ebenfalls 100 Mio. € (fiktiver Tausch der Nominalbeträge bei Ablauf des Swaps)**

a) Bewertung der festverzinslichen Anleihe:

Datum	Cash Flow	Diskontierungsfaktor	Barwert
10.06.2023	1,5	$e^{-0,028 \cdot 0,25} = 0,9930$	1,490
10.12.2023	1,5	$e^{-0,028 \cdot 0,75} = 0,9792$	1,469
10.06.2024	101,5	$e^{-0,028 \cdot 1,25} = 0,9656$	98,008
Summe (Barwert zum 10.03.2023):			100,967

b) Bewertung der variabel verzinsliche Anleihe

- am nächsten Zinsanpassungstag am 10.06.2023 entspricht der Wert der variablen Anleihe ihrem Nominalwert L (zuzüglich Zinszahlung für die Vorperiode), da ab dann für jede zukünftige Periode der marktübliche Zins gezahlt wird.**
- am Bewertungstichtag weicht der aktuelle Wert vom Nominalwert ab, da sich der Zins seit der letzten Zinsanpassung verändert hat (von 2,9% zu aktuell 2,8%)**

Wert der variablen Anleihe am 10.06.2023:

$$100 + \frac{2,9}{2} = 101,45$$

**Wert der variablen Anleihe am 10.03.2023
(Bewertungstichtag)**

$$101,45 \cdot e^{-0,028 \cdot 0,25} = 100,742 < 100,967$$

**> Marktwert der variablen
Seite ist kleiner als der
Marktwert der festen Seite**

Ergebnis:

- der „Payer-Swap“ (Vertragspartei, die den festen Zinssatz zahlt) hat einen negativen Marktwert von 225.000 €.**
- der „Receiver-Swap“ (Vertragspartei, die den festen Zinssatz erhält) hat einen positiven Marktwert von 225.000 €.**