

# Termingeschäfte und Derivate

Hans Rau-Bredow

[hans.rau-bredow@uni-wuerzburg.de](mailto:hans.rau-bredow@uni-wuerzburg.de)

**Wiederholung und Ergänzungen**

## Auszahlung im Best Case / Worst Case

<i><b>Art des Geschäftes:</b></i>	<i><b>Max. Gewinn:</b></i>	<i><b>Max. Verlust:</b></i>
<b>Kauf Call:</b>	<b>unendlich</b>	<b>Optionsprämie</b>
<b>Verkauf Call (Stillhalter):</b>	<b>Optionsprämie</b>	<b>unendlich</b>
<b>Kauf Put:</b>	<b>Basispreis abzgl. Optionsprämie*</b>	<b>Optionsprämie</b>
<b>Verkauf Put (Stillhalter):</b>	<b>Optionsprämie</b>	<b>Basispreis abzgl. Optionsprämie*</b>
<b>Kauf Future:</b>	<b>unendlich</b>	<b>Terminkurs*</b>
<b>Verkauf Future:</b>	<b>Terminkurs*</b>	<b>unendlich</b>

\* Mit Null als unterer Preisgrenze.

# **Bewertung von Aktienfutures**

**Aktiekurs:**  $S_0 = 141 \text{ €}$

**Zins\*:**  $r = 2\%$

**Dividendenrendite\*:**  $q = 5\%$

**\* stetige Verzinsung.**

**a) Berechne den arbitragefreien Kurs eines 9-Monats-Futures!**

**b) Liegt Contango oder Backwardation vor?**

**zu a)**

**Aktien = Investitionsgüter, also nie Knappheit => Reverse**

**Carry Trades immer möglich => man kann „≤“ durch „=“**

**ersetzen:**

$$\begin{aligned} F_0 &= S_0 e^{(r - q) T} \\ &= 141 e^{(0,02 - 0,05) 0,75} \\ &= 141 * 0,9778 \\ &= 137,8629 \text{ €} \end{aligned}$$

**wobei  $e = 2,718281828459...$**

**zu b)**

**Es liegt Backwardation vor**

**- Ursache: Dividendenrendite  $q$  ist größer als der Zins  $r$**

**- Backwardation liegt immer dann vor wenn:**

$$e^{(r-q)T} < 1 \text{ oder äquivalent } r - q < 0 \text{ bzw. } r < q$$

**- bei Negativzinsen ergäbe sich Backwardation selbst bei einer Dividendenrendite  $q = 0$**

**- Rohstoffe (kein Investitionsgut!) haben eine negative**

**Rendite  $q = -u$ , d.h.  $e^{(r-q)T} = e^{(r+u)T} > 1$ , siehe unten**

**(Ausnahme: Stark negative Zinsen)**

# Währungs-Futures

## Währungsfuture US-Dollar / Japanischer Yen (USD/JPY)

**Aktueller Wechselkurs (Spotpreis):  $S_0 = 130 \text{ ¥}$  (1 \$ = 130 ¥)**

**Zins Japan: 1% p.a. (stetiger Zinssatz)**

**Zins USA: 4% p.a. (stetiger Zinssatz)**

**6-Monats-Forwardkontrakt:  $F_0 = 129 \text{ ¥}$**

**Berechne den Gewinn eines japanischen  
Investors bei einem Carry Trade in US-Dollar!**



## Heute:

- Kreditaufnahme 130 Mio. ¥
- Kauf 1 Million Dollar zu  $1 \$ = 130 ¥$
- Abschluss eines Terminkontraktes mit  $F_0 = 129 ¥$  zum späteren Rücktausch der Dollar in Yen

## In 6 Monaten:

- Dollar-Guthaben inkl. Zinsen:  $1 \text{ Mio. } \$ e^{0,04 \cdot 0,5} = 1,020 \text{ Mio. } \$$
- Tausch der Dollars zum Terminkurs  $F_0 = 129 ¥$  in  $1,02 \cdot 129 = 131,580 \text{ Mio. } ¥$
- Kreditschulden:  $130 \text{ Mio. } ¥ \cdot e^{0,01 \cdot 0,5} = 130,652 \text{ Mio. } ¥$
- nach Abzug der Schulden verbleiben 928.000 ¥ Gewinn.

## Arbitragefreie Bewertung von Währungs-Futures

- Yen Zins  $r_{¥}$  entspricht heimischen Zins  $r = 0,01$
- Dollar Zins  $r_{\$}$  entspricht Asset-Rendite  $q = 0,04$

$$F_0 = S_0 e^{(r - q) T}$$

$$F_0 = S_0 e^{(r_{¥} - r_{\$}) T}$$

$$= 130 e^{(0,01 - 0,04) 0,5} = 128,065$$

Bei  $r_{¥} < r_{\$}$  liegt Backwardation vor und bei  $r_{¥} > r_{\$}$  Contango (jeweils aus japanischer Sicht).

**Was wäre, wenn die Transaktion durch einen US Investor durchgeführt wird?**

- für die Vorteilhaftigkeit des Trades kann es nicht darauf ankommen, ob der Investor in Japan oder in den USA sitzt.**
- die Transaktionen sind in beiden Fällen identisch:  
Verschuldung in Yen, Tausch in Dollar und Rückkauf der Yen auf Termin.**
- aus US-Sicht handelt es sich aber um einen „Reverse“ Carry Trade: Temporärer Verkauf der geliehenen Fremdwährung Yen (temporär negativer Bestand (Verschuldung) in Yen)**

**- für einen Investor in den USA wäre die Schreibweise des Wechselkurses zu anpassen:**

**Der Wechselkurs  $1 \$ = 130 ¥$  (Mengennotierung) wäre zu übersetzen in einen Spotpreis  $S_0 = 1 \$ / 130 ¥ = 0,0077 \$$  (Preisnotierung: 1 Yen kostet 0,0077 \$)**

## **Rohstoffe: Carry Trade Arbitrage**

<b>Rohöl Spot-Preis:</b>	<b>40 \$ je Barrel (159 Liter)</b>
<b>Finanzierungskosten*:</b>	<b>4% p. a.</b>
<b>Lagerkosten*:</b>	<b>0,50 \$ € je Barrel und Monat</b>
<b>3-Monats-Future:</b>	<b>42,50 \$</b>

**\* fallen quartalsweise nachschüssig an**

- a) Liegt Contango oder Backwardation vor?**
- b) Wie hoch sind die Cost of Carry?**
- c) Bei welchem Terminkurs  $F_0$  läge „Full Carry“ vor?**
- d) Welche Arbitragemöglichkeiten gibt es?**

**zu a)**

**Contango**

**zu b)**

**Zinskosten: 0,40 \$ Zinsen für 3 Monate**

**Lagerkosten: 1,50 \$ für 3 Monate**

**=> Cost of Carry (Summe): 1,90 \$ für 3 Monate**

**zu c)**

**„Full Carry“ entspricht einem Futurepreis  $F_0 = 41,90$  \$,  
(Spotpreis plus Cost of Carry), in diesem Fall gäbe es keine  
Arbitragemöglichkeiten.**

**zu d)**

**Der tatsächliche Futurepreis  $F_0 = 42,50$  \$ liegt über dieser  
Full Carry Schwelle. Das bedeutet, es liegt sogar Super  
Contango vor. Daher lohnt sich Carry Trade Arbitrage:**



## Carry Trade

### Heute

- Kreditaufnahme 40 \$
- Kauf von ein Barrel für 40 \$
- Abschluss eines Terminkontraktes über den Verkauf von ein Barrel Öl in 3 Monaten zum Festpreis  $F_0 = 42,50$  \$

### In 3 Monaten

- Terminkontrakt wird fällig, Öl wird für 42,50 \$ verkauft
- Kreditrückzahlung: 40,40 \$ (inkl. 0,40 \$ Zinsen für 3 Monate)
- Lagerkosten werden bezahlt: 1,50 \$ für 3 Monate
- verbleibt Gewinn: 0,60 \$ je Barrel (Carry Trade Arbitrage)

# Reverse Carry Trades

<b>Rohöl Spot-Preis:</b>	<b>40 \$ je Barrel (159 Liter)</b>
<b>Finanzierungskosten*:</b>	<b>4% p. a.</b>
<b>Lagerkosten*:</b>	<b>0,50 \$ € je Barrel und Monat</b>
<b>3-Monats-Future:</b>	<b>39 \$</b>

**\* fallen quartalsweise nachschüssig an**

- a) Was ist ein Reverse Carry Trade?**
- b) Wann lohnen sich Reverse Carry Trades?**
- c) Wie hoch ist der Gewinn aus einem Reverse Carry Trade?**

zu a) Reverse Carry Trade bezeichnet den Verkauf von physischen Lagerbeständen zum aktuellen Spotpreis bei gleichzeitigem Abschluss eines Futures-Kontraktes zum späteren Rückkauf auf Termin.

zu b) Reverse Carry Trades lohnen sich, wenn der Markt nicht in Full Carry ist, d.h. falls

$$F_0 < S_0 + CoC = S_0 e^{(r+u)T} \quad CoC = \text{Cost of Carry}$$

, also insbesondere bei Backwardation  $F_0 < S_0$ .

zu c) Gewinn aus Reverse Carry Trade = Differenz zu Full Carry =  $S_0 - F_0$  plus eingesparte Cost of Carry.

## Reverse Carry Trade

### Heute

- Verkauf ein Barrel Öl für 40 \$ (falls Lagerbestände vorhanden)
- Anlage der erzielten 40 \$ zu 4% p.a.
- Abschluss eines Terminkontraktes über den Rückkauf von ein Barrel Öl in 3 Monaten zum Festpreis  $F_0 = 39$  \$

### In 3 Monaten

- Guthaben: 40,40 \$ (inkl. 0,40 \$ Zinsen für 3 Monate)
- Terminkontrakt wird fällig, Öl wird für 39 \$ zurückgekauft
- 1,40 \$ Überschuss, dazu kommen 1,50 \$ eingesparte Lagerkosten; gesamter Gewinn: 2,90 \$

## **Ergänzungsfrage:**

**c) Nach einem Monat, also noch vor Ablauf der Laufzeit des Futures-Kontraktes, wird der Rohstoff für die Produktion benötigt und soll zurückgekauft werden. Der Spotpreis für Öl ist inzwischen auf  $S_t = 60$  \$ gestiegen und der Preis des Futures ist ebenfalls um  $20$  \$ auf  $F_t = 59$  \$ gestiegen. Wie hoch ist jetzt der Gewinn oder Verlust?**

**zu c)**

- Guthaben: 40,13 \$ (inkl. 0,13 \$ Zinsen für 1 Monat)**
- Glattstellung des Futures zu 59 \$ => Gewinn 20 \$  
(Differenz aus Verkauf (closing) zu  $F_t = 59$  \$ und ursprünglichen Kauf zu  $F_0 = 39$  \$; wird bei börsengehandelten Futures mit täglicher Abrechnung sofort gutgeschrieben)**
- Kauf von physischen Öl auf dem Spotmarkt zu 60 \$**
- 0,5 \$ eingesparte Lagerkosten für 1 Monat**
- Gewinn:  $40,13 + 20 - 60 + 0,5 = 0,63$  \$**

**d) Worin liegt das Risiko eines Reverse Carry Trades?**

**Müssten Rohstoff-Futures nicht immer in Full Carry notieren, weil es sonst risikolose Arbitragemöglichkeiten gäbe? In welchem Szenario würde sich tatsächlich ein Verlust ergeben?**

**e) Welche Rolle spielt dabei die Convenience Yield?**

**f) Welche Rolle spielt die Unterscheidung von Konsum- und Investitionsgütern?**



**zu d)**

**Das Risiko liegt darin, dass der Futures-Preis weniger stark ansteigen könnte als der Spotpreis.**

**Abwandlung: Future steigt nur auf 49 \$**

- Guthaben: 40,13 \$ (inkl. 0,13 \$ Zinsen für 1 Monat)**
- Glattstellung des Futures zu 49 \$ => Gewinn 10 \$**
- Kauf von physischen Öl auf dem Spotmarkt zu 60 \$**
- 0,5 \$ eingesparte Lagerkosten für 1 Monat**
- Gewinn:  $40,13 + 10 - 60 + 0,5 = -9,37$  \$**

**Wann würde ein solches Szenario eintreten?**

**Dies wäre bei nur vorübergehende Angebotsunterbrechungen der Fall. Ein Beispiel wäre die vorübergehende Unterbrechung der Ölförderung wegen eines Hurrikans, wenn der Markt davon ausgeht, dass die Schäden in 2 Monaten wieder beseitigt sind. Es kommt zu einer kurzfristigen Knappheit am Ölmarkt. Der Spotpreis steigt entsprechend, aber der erst in 2 Monaten fällige Futures-Kontrakt reagiert nicht oder zumindest nicht so stark.**

**zu e) Die Convenience Yield beschreibt den sich aus dem unmittelbaren physischen Besitz ergebenden Vorteil. Wäre der Rohstoff nicht verkauft, sondern weiterhin unmittelbar physisch gehalten worden, hätte sich im Szenario d) kein Verlust ergeben.**

**zu f) Öl ist ein *Konsumgut*, das im Produktionsprozess verbraucht wird. Deshalb sind temporäre Knappheiten und Backwardation möglich.**

***Investitionsgüter* wie z.B. Aktien oder Gold werden nicht verbraucht, so dass keine Knappheiten entstehen können. Der Markt ist immer in Full Carry und Backwardation tritt nicht auf.**

# **Investition in Rohstoffe über Futures**

<b>Datum</b>	<b>Spotpreis</b>	<b>3-Monats-Future</b>
<b>September</b>	<b>61,50 \$</b>	<b>62,90 \$ (Dez.)</b>
<b>Dezember</b>	<b>61,70 \$</b>	<b>62,60 \$ (Mrz.)</b>
<b>März</b>	<b>63,00 \$</b>	<b>...</b>

**a) Wie hoch ist der gesamte Gewinn oder Verlust, wenn im September ein 3-Monats-Future gekauft wird, der im Dezember in einen weiteren 3-Monats-Future getauscht wird? (ein Future bezieht sich auf 1.000 Barrel)**

**b) Wäre es lohnender, statt Futures physisches Öl zu kaufen?**

**zu a):**

### **September**

**- Kauf eines 3-Monats-Kontrakts (Fälligkeit Dezember) mit  $F_0 = 62,90$  \$**

### **Dezember**

**- Dezember-Kontrakt wird fällig: Kauf von 1.000 Barrel Öl zu  $F_0 = 62,90$  \$. Aktueller Markt- bzw. Spotpreis:  $S_T = 61,70$  \$  
=> Verlust:  $1.000 ( 61,70 - 62,90 ) = -1.200$  \$**

**- Kauf eines 3-Monats-Kontrakts (Fälligkeit März) mit  $F_0 = 62,60$  \$**

## März

- März-Kontrakt wird fällig: Kauf von 1.000 Barrel Öl zu  $F_0 = 62,60$  \$. Aktueller Markt- bzw. Spotpreis:  $S_T = 63,00$  \$  
=> Gewinn:  $1.000 ( 63,00 - 62,60 ) = 400$  \$

## Ergebnis

Bei der Investition in rollierende Futures entsteht ein Verlust von insgesamt 800 \$, obwohl der Spotpreis von 61,50 \$ auf 63,00 \$ gestiegen ist.

zu b)

- bei Kauf von physischen Öl fallen Zins- und Lagerkosten an

## Rohstoff-Fonds

- **Exchange-traded Commodities (ETC) investieren nicht physisch in Rohstoffe (Öl, Weizen, Lebendrind ...), sondern bilden Performance regelmäßig über rollierende Futures ab.**
- **Ausnahme: ETCs, die physisch in Gold, Silber, Kupfer bzw. Nickel investieren.**
- **wg. Backwardation/Contango kann die Preisentwicklung futurebasierter Fonds von der des Spotpreises abweichen (Beispiel: Underperformance des US Oil Fund (USO)).**



## **„Rollen“ von Future-Kontrakten**

## Stack and Roll

- t = 0** - Kauf eines in t = 1 fälligen Kontrakts
  
- t = 1** - Schließen des in t = 0 gekauften Kontrakts  
- Kauf eines in t = 2 fälligen Kontrakts
  
- t = 2** - Schließen des in t = 1 gekauften Kontrakts  
- Kauf eines in t = 3 fälligen Kontrakts
  
- t = 3** usw.

## Gewinn/Verlust beim Kauf eines Futures

**Gewinn = Differenz zwischen Spotpreis  $S_T$  bei Fälligkeit  $t = T$  und dem in  $t = 0$  vereinbartem Terminkurs  $F_0$**

$$= S_T - F_0 = \underbrace{S_T - S_0}_{\Delta \text{ Spotpreis}} + \underbrace{S_0 - F_0}_{\text{„Basis“}}$$

- Contango ( $F_0 > S_0$ ):      Basis < 0      =>      Rollverluste

- Backwardation ( $F_0 < S_0$ ):      Basis > 0      =>      Rollgewinne

# Gold-Futures



ScopeExplorer

<https://www.scopeexplorer.com> > files > get > Bac... PDF ⋮

## Backwardation – die Dividende der Rohstoffe

17.09.2021 — Was muss man sich als „Rohstoffler“ (m/w/d) alles anhören: „Gold zahlt keine Zinsen“ und/oder „Rohstoffe haben keine Dividendenerträge“.

5 Seiten



ScopeExplorer

## **Aufgabe:**

- der Goldmarkt sei in Backwardation mit  $S_0 = 2.000$  \$  
und  $F_0 = 1.900$  \$ für den 12-Monats-Future**
- der Dollar-Anlagezins sei 5%**
- gibt es eine risikolose Arbitragemöglichkeit?**

**Antwort:**

**Reverse Carry Trade könnte vorteilhaft sein:**

**Heute**

- Verkaufe 100 Unzen Gold für  $S_0 = 2.000$  \$ je Unze  
(falls man keine Goldunzen besitzt, könnte man sich diese  
ggbf. leihen)**
- lege den Verkaufserlös 200.000 \$ zu 5% für ein Jahr an**
- kaufe in 12 Monaten fällige Futures zum Kurs  $F_0 = 1.900$  \$  
für den Rückkauf von 100 Unzen**

## **In 12 Monaten**

- Guthaben beträgt 210.000 \$**
- Future wird fällig, Kauf von 100 Unzen für insgesamt 190.000 \$ und ggbf. Rückgabe der Unzen**
- Gewinn:  $210.000 \$ - 190.000 \$ = 20.000 \$$**



## **Bemerkung:**

**Gold ist ein *Investitionsgut*, für das keine physische Knappheit auftreten kann. Gold-Futures notieren also immer in Full Carry; der theoretische Preis eines Gold-Futures ist also  $F_0 = S_0 e^{(r - q) T}$ .**

**Backwardation könnte also nur unter folgenden Annahmen auftreten:**

- Gold erwirtschaftet tatsächlich eine positive Rendite  $q$  die größer ist als der Zins  $r$**
- oder bei einem negativen Zins  $r < 0$  und sehr geringen Lagerkosten  $u = -q$ .**

**Sondersituation Februar 2025, [siehe hier](#) ↑:**

- Goldhändler in den USA befürchten die Einführung von Einfuhrzöllen auf Edelmetalle**
- physisch bereits in den USA vorhandenes Gold wird also höher bewertet als ein erst in der Zukunft fällig werdender Anspruch auf Goldlieferung am Londoner Goldmarkt => Backwardation**
- gleichzeitig ist der Goldleihezins auf 4.7% gestiegen**

# Samuelson-Hypothese

***„The volatility of forward prices tends, everything else being equal, to decrease with their maturity. This property is called the “Samuelson effect” (see Samuelson, 1965) and is explained by the fact that the arrival of news (e.g., on inventories or reserves) will have an immediate impact on short-term forward prices, while long-term contract prices tend to remain unchanged since production adjustment is likely to take place before the contracts come to delivery at maturity.“***

**Quelle: Geman, Hélyette (2005): Commodities and Commodity Derivatives. Modeling and Pricing for Agriculturals, Metals and Energy, Seite 28.**

## Markets

# Bitcoin Futures 'Backwardation' Could Signal Bearish Mood

🕒 Oct 19, 2022 at 5:15 p.m. Updated Oct 21, 2022 at 2:06 p.m.

**Backwardation** is an unusual condition in futures markets when contracts for maturity or delivery many months in the future are trading at lower prices than the near-term, or "front-month," contract. It sometimes can signal that traders see prices falling in the medium or long term.

**Diskutieren Sie die Aussage vor dem Hintergrund der Samuelson-Hypothese!**

- in einem Bärenmarkt wäre eigentlich Contango zu erwarten, wenn Spotpreis und kurzfristige Futures stärker fallen (da höhere Volatilität) als langfristige Kontrakte.
- so z.B. am Ölmarkt Super-Contango zu Beginn der Finanzkrise 2007/2008 oder bei Beginn der Pandemie im Frühjahr 2020, jeweils bei stark fallenden Ölpreis.
- umgekehrt war der Ölmarkt 2022 in Backwardation bei wegen des Ukraine-Krieges stark steigendem Ölpreis.
- aber unklar, was Backwardation bzw. Contango über die zukünftige Preisentwicklung aussagen.

**Wie könnte ein Investor, der langfristig in Bitcoins investiert, von Backwardation profitieren? Was gilt für einen Investor, der selber keine Bitcoins hält?**

**Der Investor könnte Bitcoins zum Spotpreis verkaufen und gleichzeitig zu einem günstigeren Kurs über ein Future auf Termin zurückerwerben (Reverse Carry Trade, falls Bitcoins als *Investitionsgut* anzusehen sind, sollte kein Backwardation auftreten).**

**Werden keine Bitcoins gehalten, lässt sich dieser Trade eventuell auch mit geliehenen Bitcoins durchführen; dann wäre noch der Leihzins für die Bitcoins zu berücksichtigen.**

# **Amerikanische Optionen: Vorzeitige Ausübung und Negativzinsen**



# Aufgabe

## Amerikanische Verkaufsoption (Put)

**Basiswert: 100 US-Dollar**

**Basispreis  $K$ : 85 Euro**

**Annahme: Nullzinsen im Euroraum ( $r_{\text{\$}} \geq 0$  und  $r_{\text{\text{€}}} = 0$ )**

**a) Zeigen Sie, dass sich unter dieser Nullzins-Annahme die vorzeitige Ausübung dieser Verkaufsoption nie lohnt!**

**EU-Perspektive: Option berechtigt zum Verkauf von 100 \$  
zum Preis von 85 €**

**US-Perspektive: Option berechtigt zum Kauf von 85 € zum  
Preis von 100 \$**

**=> aus US-Sicht handelt es sich um eine Kaufoption (Call) auf  
Euros.**

**=> Da die Euros annahmegemäß keine Erträge generieren  
(Nullzinsen), ist die vorzeitige Ausübung einer Kaufoption  
auf Euros nie lohnend.**

**b) Abwandlung: Was gilt bei negativen Zinsen im Euroraum und positiven Dollarzinsen (Fall  $r_{\$} \geq 0$  und  $r_{\text{€}} < 0$ )?**

**Antwort:**

**Bei negativer Rendite der Euro-Währung wäre ein früherer Bezug von Euros durch vorzeitige Ausübung der Option erst recht nie lohnend.**

## **Allgemeine Formulierung**

**- Option = Recht zum Tausch zweier Assets, z. B. Dollar gegen Euro**

**- Interpretation als Verkaufsoption: Verkauf von Dollars gegen den Bezug von Euros**

**- Interpretation als Kaufoption: Kauf von Euros gegen Hingabe von Dollars**

**=> Bedingung, dass sich vorzeitige Ausübung nicht lohnt:  
Keine Erträge beim zu erwerbenden Asset und nichtnegative Rendite (keine Haltekosten) beim herzugebenden Asset.**

**Amerikanische Optionen:  
Optimale Ausübungsstrategie bei Dividenden (Binomialbaum)**

- Aktienkurs  $S_0 = 103,50 \text{ €}$
- Aktienkurs wird in den nächsten beiden Sechs-Monats--Abschnitte entweder um 10% steigen oder um 10% fallen (also  $u = 1,1$  und  $d = 0,9$ )
- Zins: 7,84 % bei stetiger Verzinsung
- Dividende: 3,64 € in 6 Monaten
- Wie hoch ist der Wert eines einjährigen amerikanischen Calls mit einem Basispreis von 88 €?

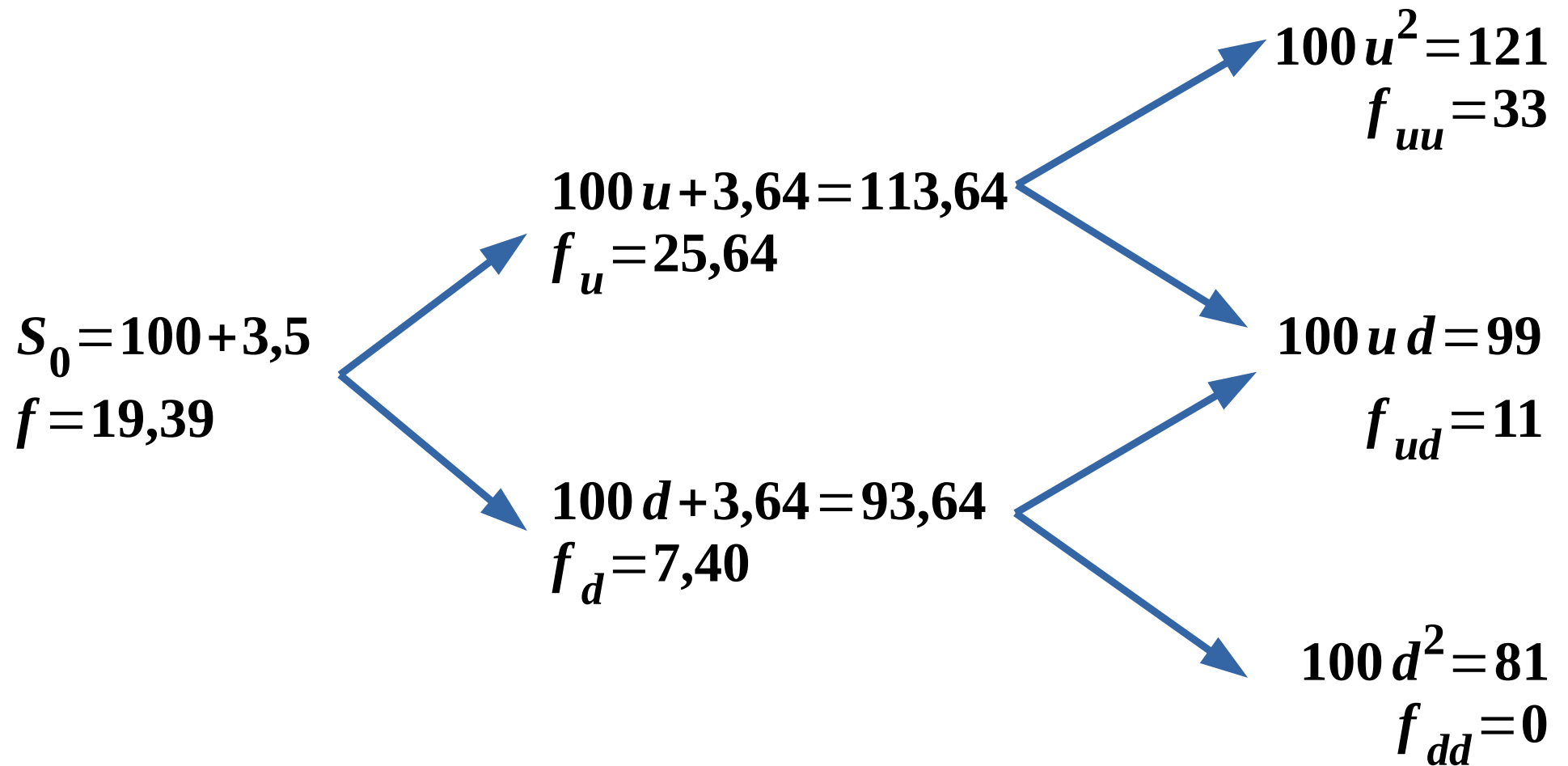
- Barwert Dividende:  $3,64 e^{-0,0784 \cdot 0,5} = 3,5$

- fiktive Wahrscheinlichkeit:

$$p = \frac{e^{r \cdot \Delta t} - d}{u - d} = \frac{e^{0,0784 \cdot 0,5} - 0,9}{1,1 - 0,9} = \frac{1,04 - 0,9}{1,1 - 0,9} = 0,7$$

- Risikoneutrale Bewertung:

$$f = \frac{p f_u + (1 - p) f_d}{e^{r \Delta t}} = \frac{0,7 f_u + 0,3 f_d}{1,04}$$





## Optimale Ausübungsstrategie:

- im oberen mittleren Knoten errechnet sich:

$$f_u = \frac{0,7 \cdot 33 + 0,3 \cdot 11}{1,04} = 25,38$$

- bei Ausübung erhält man dagegen:  $113,64 - 88 = 25,64$

**=> Ausübung lohnt sich**

- im unteren mittleren Knoten errechnet sich:

$$f_d = \frac{0,7 \cdot 11 + 0,3 \cdot 0}{1,04} = 7,40$$

- bei Ausübung erhält man dagegen:  $93,64 - 88 = 5,64$

**=> Ausübung nicht lohnend**

**Antwort:**

**Der Wert des Calls beträgt:**

$$f = \frac{0,7 \cdot 25,64 + 0,3 \cdot 7,40}{1,04} = 19,39$$

# **Bewertung eines Zinsswaps**

<b>Fiktives Grundkapital:</b>	<b>100 Mio. €</b>
<b>Zinsperiode:</b>	<b>3 Monate</b>
<b>Variabler Zins:</b>	<b>3-Monats-Euribor</b>
<b>Festzins:</b>	<b>3,4 % p. a.</b>
<b>Restlaufzeit:</b>	<b>8 Monate</b>
<b>Letzte Zinsanpassung:</b>	<b>vor 1 Monat</b>
<b>Euribor bei letzter Zinsanpassung:</b>	<b>2,4%</b>
<b>Bewertungstichtag:</b>	<b>14.03.2025</b>

## **Zeittafel**

**14.02.2025: Letztes Fixing (2,4%)**

**14.03.2025: Bewertungstichtag**

**14.05.2025: Fixing and Payment Date**

**15.08.2025: Fixing and Payment Date**

**15.11.2025: Fixing and Payment Date**

## a) Bewertung der fixen Seite

- für die Diskontierung werden folgende Spotrates benötigt:

$$r_{2M} = 2,8\% , r_{5M} = 2,9\% , r_{8M} = 3,2\%$$

- fixe Zahlung  $100 * 0,03/4 = 0,75$  Mio. Euro alle 3 Monate

$$\text{PV(fixed leg)} = \frac{0,85}{1,028^{\frac{2}{12}}} + \frac{0,85}{1,029^{\frac{5}{12}}} + \frac{0,85}{1,032^{\frac{8}{12}}} = 2,5184$$

## b) Bewertung der variablen Seite

$$\text{PV(floating leg)} = \text{PV(Floater)} - \text{PV(Tilgungszahlung)}$$

- beim nächsten Fixing am 14.05 wäre  $\text{PV(Floater)} = 100$  Mio. Euro zuzüglich  $2,4/4 = 0,6$  Mio. Euro Zinsen für die abgelaufene Periode

- am Bewertungstichtag 14.03. gilt  $\text{PV(floating leg)} =$

$$\frac{0,6 + \frac{100}{2}}{1,028^{12}} - \frac{\frac{100}{8}}{1,032^{12}} = 100,1380 - 97,9220 = 2,2160$$

**- der „Payer-Swap“ (Vertragspartei, die den festen Zinssatz zahlt) hat einen negativen Marktwert von  $2,2160 - 2,5184 = -0,3024$  Mio. Euro**

**- der „Receiver-Swap“ (Vertragspartei, die den festen Zinssatz erhält) hat einen positiven Marktwert von 302.400 €.**



# **Basisbegriffe (Wiederholung)**

# **Basisbegriffe Forwards/Futures**

**Arbitragefreiheit:** Es können keine risikolosen Extragewinne erzielt werden. Genauer: Es existiert keine Strategie, bei der es nur Geldauszahlungen gibt, aber keine Einzahlungen notwendig sind (kein free lunch).

**Basis:** Spot Preis  $s_0$  minus Futures-Kurs  $F_0$

**Contango:** Basis  $< 0$

**Backwardation:** Basis  $> 0$

**Carry Trade:** Physischer Kauf eines Wirtschaftsgutes zum aktuellen Marktpreis  $s_0$  bei gleichzeitigem Verkauf auf Termin. Zwischenzeitlich muss das Gut gelagert werden.

**Cost of Carry:** Zinskosten plus Lagerkosten

## **Super Contango:**

Futures-Kurs  $F_0 > \text{Spot Preis } s_0 + \text{Cost of Carry}$

Bei Super Contango ergibt sich ein positiver Gewinn für Carry Trades (Free Lunch).

Widerspricht der Theorie arbitragefreier Märkte.

## Full Carry:

Futures-Kurs  $F_0 = \text{Spot Preis } s_0 + \text{Cost of Carry}$

In diesem Fall ist der Gewinn eines Carry Trades gleich Null. Hieraus ergibt sich eine Obergrenze für den Futures-Kurs bei Arbitragefreiheit.

**Reverse Carry Trade:** Verkauf von physischen Lagerbeständen bei gleichzeitigem Rückkauf auf Termin. Lohnt sich, wenn der Markt nicht in Full Carry ist, also insbesondere bei Backwardation. Setzt voraus, dass entsprechende Lagerbestände vorhanden sind.



**Convenience Yield:** Vorteil des unmittelbaren physischen Besitzes gegenüber dem Halten eines Futures. Spricht gegen die Vorteilhaftigkeit von Reverse Carry Trades und erklärt, warum Lagerhaltung auch bei Backwardation beobachtet werden kann.

**Investitionsgüter:** Güter die zu Investitionszwecken gehalten werden (Aktien, Anleihen, Fremdwährungen, Gold). Hier sind immer ausreichende Bestände vorhanden. Reverse Carry Trades sind deshalb immer möglich und der Markt wird in Full Carry sein. Die Convenience Yield ist Null.

**Konsumgüter:** Güter, die im Produktionsprozess verbraucht werden (Öl, Weizen etc.). Es können Knappheiten auftreten und Reverse Carry Trades sind nicht immer möglich. Die Convenience Yield kann positiv sein, so dass der Markt nicht in Full Carry ist und eventuell sogar in Backwardation.

**Samuelson Hypothese:** Besagt, dass der Spotpreis und kurzfristige Futures volatiler sind als langfristige Kontrakte

# **Basisbegriffe Optionen**

**Long Call (Kauf einer Kaufoption):** Das Recht -  
aber nicht die Verpflichtung - ein  
Wirtschaftsgut zum fixierten Basispreis (strike)  
K jederzeit bis zum Fälligkeitstag  
(amerikanische Option) oder genau am  
Fälligkeitstag (europäische Option) zu kaufen.

**Short Call (Verkauf einer Kaufoption, Stillhalter):** Die Verpflichtung, auf Verlangen des Optionsinhabers ein bestimmtes Wirtschaftsgut zum fixierten Basispreis  $K$  zu liefern.

**Long Put (Kauf einer Verkaufsoption):** Das Recht - aber nicht die Verpflichtung - ein Wirtschaftsgut zum fixierten Basispreis  $K$  bis jederzeit zum Fälligkeitstag (amerikanische Option) oder genau am Fälligkeitstag (europäische Option) zu verkaufen.



**Short Put (Verkauf einer Verkaufsoption, Stillhalter):** Die Verpflichtung, auf Verlangen des Optionsinhabers ein bestimmtes Wirtschaftsgut zum fixierten Basispreis  $K$  abzunehmen.

**Optionspreis:** Prämie, die der Optionskäufer an den Stillhalter zahlt bzw. der Preis, zu dem das Optionsrecht gehandelt wird.

**Innerer Wert:** Wert der Option bei sofortiger Ausübung. Bei Kaufoption gleich  $\text{Max}(s_0 - K; 0)$  und bei einer Verkaufsoption gleich  $\text{Max}(K - s_0 ; 0)$

**Zeitwert:** Optionspreis minus innerer Wert.

**In the money (ITM):** Wenn der innere Wert der Option größer als Null ist. Bei einer Kaufoption ist das bei  $s_0 > K$  der Fall und bei einer Verkaufsoption bei  $s_0 < K$ .

**Out of the money (OTM):** Wenn der innere Wert der Option gleich Null ist. Bei einer Kaufoption ist das bei  $s_0 < K$  der Fall und bei einer Verkaufsoption bei  $s_0 > K$ .

**At the money (ATM):** Börsenkurs ist ungefähr gleich Basispreis.

**Delta-Hedging:** Es wird eine bestimmte Stückzahl des Basiswertes gehalten, so dass Gewinne und Verluste denen der Option entsprechen. Ist nur bei geringfügigen Veränderungen des Basiswertes eine gute Approximation (**Gamma-Risiko**).

**Black-Scholes-Merton Formel:** Liefert eine exakte Lösung für einen europäischen Call. Falls eine vorzeitige Ausübung vorteilhaft sein könnte (amerikanischer Put, amerikanischer Call auf eine Dividenden zahlende Aktie) kann der Optionswert mit **Binomialbäumen** approximiert werden.