Kreditrisikomodelle und Diversifikation

erschienen in:
Zeitschrift für Bankrecht und Bankwirtschaft (ZBB), 14. Jahrgang, 2002, S.9-17.

Dr. oec. publ. Hans Rau-Bredow, Privatdozent an der Universität Würzburg

Kontakt: hans.rau-bredow@mail.uni-wuerzburg.de

Inhaltsübersicht

I. Einleitung

Obwohl es sich vermutlich um das älteste finanzwirtschaftliche Risiko handelt, werden auf das Ausfallrisiko bei Krediten erst in jüngster Zeit die in anderen Teilgebieten der Finanzierungstheorie bereits seit längerem gebräuchlichen formal-mathematischen Methoden angewendet. Die Anwendung formaler Methoden auf Kreditrisiken bezieht sich dabei einerseits auf die Kalkulation einer fairen Prämie für das Ausfallrisiko und andererseits auf das hier im Mittelpunkt stehende Portfoliomanagement von Krediten, also die Minimierung der aggregierten Risiken durch Diversifikation.

Für das Kreditportfoliomanagement wurden in den letzten Jahren von der Praxis verschiedene Modelle entwickelt, die das Ziel verfolgen, eine Wahrscheinlichkeitsverteilung der möglichen Ausfallverluste zu berechnen[1]. Dabei wird üblicherweise zwischen zwei Modellkategorien unterschieden: So genannte Default-Mode-Modelle unterscheiden nur zwischen zwei möglichen Umweltzuständen, nämlich ob ein mit einem Verlust in bestimmter Höhe verbundenes Kreditereignis eintritt oder nicht. Bei den Mark-to-Market-Modellen werden dagegen außer einem tatsächlichen Ausfall des Kredites auch die Auswirkungen möglicher zukünftiger Veränderungen der Bonität des Schuldners auf den Marktwert der Forderungen berücksichtigt. Stellvertretend für beide Modellkategorien werden im Folgenden CreditRisk+ von Credit Suisse First Boston[2] und CreditMetrics von RiskMetrics/JP Morgan[3] betrachtet.

Dazu soll als erstes die Frage beantwortet werden, ob es sich um jeweils vollkommen unterschiedliche Ansätze handelt oder ob möglicherweise eine gemeinsame Grundstruktur dieser Modelle herausgearbeitet werden kann. CreditMetrics erscheint hier zunächst als das allgemeinere Modell, da wie erwähnt neben tatsächlichen Ausfällen zusätzlich auch Bonitätsveränderungen berücksichtigt werden. Ein unmittelbarer Modellvergleich ist aber für ein vereinfachtes CreditMetrics Modell möglich, bei dem nur zwischen Ausfall und Nicht-Ausfall unterschieden wird. Dazu wird gezeigt, dass sich ein derart vereinfachtes CreditMetrics Modell so umformulieren lässt, dass man ebenso wie bei Cre-

---

[1] Einen Überblick zu den verschiedenen Kreditrisikomodellen gibt der Aufsatz von Crouhy/Galai/Mark (2000).
[2] Vgl. CreditRisk+ (1997).

ditRisk+ volatile, von bestimmten Hintergrundvariablen gesteuerte Ausfallwahrscheinlichkeiten erhält.

Ein weiteres Untersuchungsziel dieses Beitrages betrifft das approximative Verhalten eines Kreditrisikomodells für ein Portfolio aus sehr vielen, jeweils hinreichend kleinen Krediten. Kreditnehmerspezifische Risiken spielen dann aufgrund von Diversifikationseffekten eine immer geringere Rolle. Bei perfekter Diversifikation im Grenzfall eines Kreditportfolios aus unendlich vielen Krediten verbleibt dann lediglich der Einfluss der allen Krediten gemeinsamen systematischen Risikofaktoren. Speziell für CreditMetrics kann aus einer solchen Grenzbetrachtung für den Fall, dass nur ein einziger systematischer Risikofaktor existiert, eine explizite Formel für die maximalen Ausfallverluste abgeleitet werden. Diese Formel soll zukünftig auch im Rahmen der neuen Basler Eigenkapitalvereinbarung (Basel II) beim auf internen Ratings basierenden Verfahren zur Anwendung kommen, wobei aber die Herleitung nicht offengelegt wurde. Durch die folgenden Ausführungen gelingt es also, die diesem Verfahren zugrunde liegenden modelltheoretischen Überlegungen des Basler Ausschusses für Bankenaufsicht zumindest teilweise nachzuvollziehen.

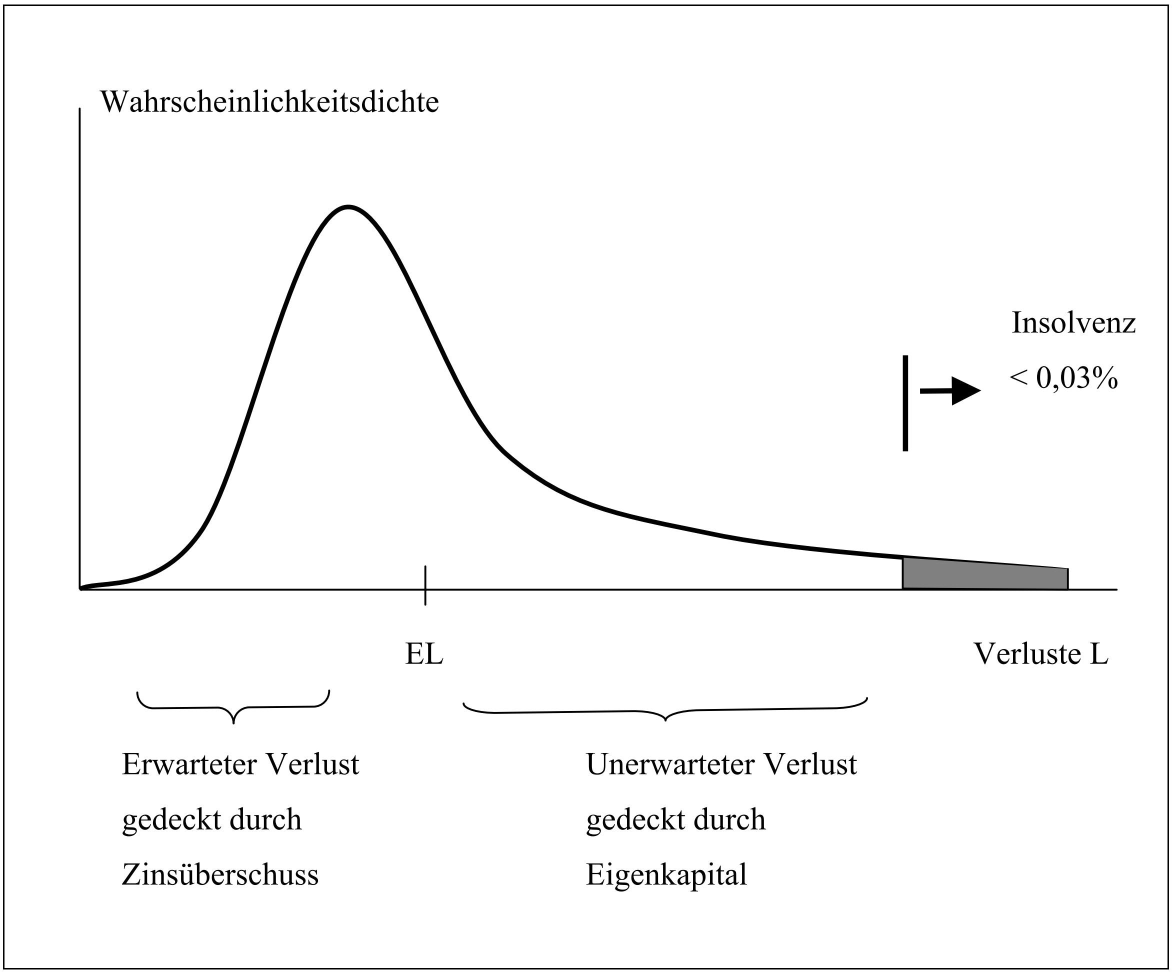
II. Kreditrisikomanagement

Bei der Betrachtung der Wahrscheinlichkeitsverteilung möglicher Kreditausfallverluste wird üblicherweise zwischen dem „Expected Loss“ EL und dem „Unexpected Loss“ UL unterschieden (vgl. Abbildung 1). Der Erwartungswert EL entspricht dem statistischen Mittelwert der Ausfallverluste und soll durch eine geeignet kalkulierte Zinsmarge gedeckt werden[4]. Für den Fall, dass in einem bestimmten Jahr die tatsächlichen Verluste einen solchen Durchschnittswert übersteigen, muss zur Abdeckung derartiger „unerwarteter“ Verluste außerdem ein ausreichend hoher Eigenkapitalpuffer vorgehalten werden. Hierfür wird häufig – zur Unterscheidung von bestimmten aufsichtsrechtlichen Eigenkapitalanforderungen – der Begriff „Ökonomisches Kapital“ verwendet.

[3] Vgl. CreditMetrics (1997). RiskMetrics ist eine Ausgründung der mittlerweile mit Chase Manhattan fusionierten Investmentbank JP Morgan. Treiber der Fusion war insbesondere, die Expertise von JP Morgan im Kreditrisikocontrolling mit dem Bankportfolio von Chase Manhattan zu verbinden.

[4] Bei Risikoaversion ist bei der Preisbildung zusätzlich zum erwarteten Verlust auch noch eine entsprechende Risikoprämie zu berücksichtigen.

Abbildung 1: Erwartete und unerwartete Verluste



Die Höhe dieses Eigenkapitalpuffers bemisst sich danach, dass die Wahrscheinlichkeit für eine Insolvenz des Kreditinstitutes unter ein bestimmtes, gerade noch akzeptables Niveau gedrückt wird. Eine mögliche Vorgabe besteht darin, dass das Kreditinstitut mindestens das Rating AA erhält, was in eine Insolvenzwahrscheinlichkeit von weniger als 0,03% übersetzt werden kann[5]. Außerdem ist auf das vorgehaltene Eigenkapital eine angemessene Rendite zu erwirtschaften. Für die sich unter Berücksichtigung von Kreditausfallkosten ergebende Rendite hat sich in der Praxis der Begriff „Risk Adjusted Return on Capital“ RAROC eingebürgert, für den häufig eine „Hurdle Rate“ von 15% genannt wird.

Die Verlustverteilung für Kreditrisiken weist regelmäßig die in Abbildung 1 angedeutete Rechtsschiefe (Linkssteilheit) auf. Dies hängt damit zusammen, dass Kreditausfälle relativ seltene, gegebenenfalls aber zu hohen Verlusten führende Ereignisse sind. Bei positiv korrelierten Ausfallereignissen mittelt sich dieser Effekt auch in einem größeren Kreditportfolio nicht völlig heraus und kommt in der angedeuteten Schiefe der aggregierten Verlustverteilung zum Ausdruck[6]. Eine Folge hiervon ist, dass der Median kleiner ist als der Erwartungswert, so dass in den meisten Geschäftsjahren die tatsächlichen Ausfallverluste den erwarteten Verlust unterschreiten werden. In den übrigen Jahren werden dafür die Ausfallverluste jeweils besonders hoch ausfallen.

---

[5] Diese Parameter sind zumindest für große US-amerikanische Banken gängig, vgl. Federal Reserve Board (1998) S.33. Von den Ratingagenturen wird nicht eindeutig herausgestellt, ob das jeweilige Bonitätsurteil nur die Insolvenzwahrscheinlichkeit widerspiegelt oder auch eine Prognose über die eventuelle Schadenshöhe enthält.

[6] Bei stochastisch unabhängigen Ausfallereignissen würde man dagegen aufgrund des zentralen Grenzwertsatzes approximativ eine symmetrische Normalverteilung erhalten.

III. Kreditrisikomodelle

1. Tschebyscheff-Ungleichung als Ausgangspunkt

Kreditrisikomodelle berechnen die aus allen Einzelrisiken aggregierte Verteilung der Ausfallverluste, so dass überprüft werden kann, ob am Ende des üblicherweise ein Jahr umfassenden Risikohorizontes die Summe aus erwarteten und unerwarteten Verlusten mit hinreichender Sicherheit durch Zinsüberschuss und Eigenkapital gedeckt ist. Eine einfache, aber für praktische Zwecke regelmäßig zu grobe Abschätzung ist zunächst durch eine Variante der elementaren Tschebyscheff-Ungleichung möglich[7]:

$$P(\tilde{L} \geq EL + UL) \leq \frac{EL}{EL + UL} \qquad (1)$$

Zum Beispiel gibt die Deutsche Bank in ihrem Geschäftsbericht für das Jahr 2000, S.145 für die gesamten Kreditrisiken des Konzerns einen erwarteten Verlust von EL = 895 Mio. Euro (= 0,32% des Kreditvolumens von 281 Mrd. Euro) und ein ökonomisches Kapital zur Deckung unerwarteter Verluste von UL = 8,2 Mrd. Euro (= 2,92% des Kreditvolumens) an. Der Insolvenzfall würde also eintreten, wenn innerhalb eines Jahres Ausfallverluste $\tilde{L}$ von mehr als UL + EL = 9,095 Mrd. Euro entstehen würden. Gemäß der Tschebyscheff-Ungleichung ist die Wahrscheinlichkeit hierfür jedenfalls nicht größer als 9,84%.

Die Tschebyscheff-Ungleichung ist ein sehr allgemeiner Ansatz, der völlig ohne Voraussetzungen über die zugrunde liegende Wahrscheinlichkeitsverteilung auskommt. Insbesondere werden überhaupt keine Annahmen über mögliche Diversifikationseffekte getroffen. Man erhält eine in jedem Fall gültige obere Grenze für die Insolvenzwahrscheinlichkeit, welche die tatsächlichen Risiken aber regelmäßig erheblich überschätzt. Eine feinere Abschätzung ergibt sich dagegen aus den im Folgenden darzustellenden, auf genauer spezifizierten Kreditrisikomodellen.

[7] Vgl. zu dieser Formulierung der Tschebyscheff-Ungleichung etwa Fisz (1980) S.98.

2. CreditRisk+

2.1 Grundstruktur von CreditRisk+

Zunächst soll die einfache Grundversion von CreditRisk+ dargestellt werden, bei der von stochastisch unabhängigen Ausfallereignissen ausgegangen wird. Diese eigentlich problematische Voraussetzung wird dann anschließend in einer Modellerweiterung aufgehoben. Für kleine Ausfallwahrscheinlichkeiten[8] kann die Häufigkeit von Kreditausfällen näherungsweise durch eine Poisson-Verteilung beschrieben werden[9]. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass es zu genau n Ausfällen kommt, berechnet sich dann wie folgt:

$$\text{Prob(n Ausfälle)} = e^{-\mu} \frac{\mu^n}{n!} \qquad (2)$$

Der Parameter μ der Poissonverteilung bezeichnet den Erwartungswert der Anzahl der Ausfälle, der als Summe $\mu = \sum_{i=1}^{N} p_i$ der Ausfallwahrscheinlichkeiten der einzelnen Kreditnehmer gegeben ist. In einem Portfolio aus N = 1000 Krediten mit einer einheitlichen Ausfallwahrscheinlichkeit von 1% gilt zum Beispiel μ = 10. Aus Gleichung (2) erhält man dann die Wahrscheinlichkeit dafür, dass es etwa zu genau n = 11 Ausfällen kommt.

Letztlich kommt es allerdings nicht auf die Ausfälle, sondern auf die Höhe der damit verbundenen Verluste an. Da sich die Kreditnehmer bezüglich des bei einem eventuellen Ausfall entstehenden Schadens unterscheiden, wird eine Einteilung in verschiedene Bänder mit jeweils (ungefähr) gleichem „Loss Given Default“ LGD(i) vorgenommen. Eine solche Zuordnung setzt also voraus, dass der beim Ausfall eines bestimmten Kreditnehmers entstehende, insbesondere auch von den vereinbarten Kreditsicherheiten abhängige Verlust eine ex ante bekannte, nichtstochastische Größe ist. Dabei sind die Ausfälle innerhalb eines einzelnen Bandes ebenfalls wieder poissonverteilt. Dies ist eine

---

[8] Zum Beispiel erhält man für das Firmenkundengeschäft, wenn man die 27500 Unternehmensinsolvenzen in 2000 auf ca. 2,8 Millionen umsatzsteuerpflichtige Unternehmen in Deutschland bezieht, eine grob geschätzte Ausfallwahrscheinlichkeit von etwa 1%.

[9] Die Poisson-Näherung vernachlässigt letztlich, dass ein einzelner Kreditnehmer nicht mehrmals ausfallen kann, vgl. Gordy (2000) S.122.

mathematisch zwingende Folge des Satzes von Raikow, wonach die Summe unabhängig verteilter Zufallsvariablen (also die Gesamtzahl der Ausfälle im Kreditportfolio, die als Summe der Ausfälle in den verschiedenen Bändern gegeben ist) dann und nur dann poissonverteilt ist, wenn auch die einzelnen Summanden poissonverteilt sind[10].

Ein einzelnes Band verursacht jeweils einen Verlust, der direkt proportional zur Anzahl der Ausfälle in diesem Band ist. Durch die Anwendung bestimmter wahrscheinlichkeitstheoretischer Standardmethoden kann dann die Wahrscheinlichkeit dafür bestimmt werden, dass sich die Verluste in den einzelnen Bändern zu einem bestimmten aggregierten Verlust summieren. Diese Wahrscheinlichkeiten lassen sich mit Hilfe einer einfachen rekursiven Beziehung berechnen[11].

2.2 Volatile Ausfallwahrscheinlichkeiten

Wie bereits erwähnt ist die bisherige Annahme stochastisch unabhängiger Ausfallereignisse problematisch. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass durch den gleichzeitigen Ausfall mehrerer Kreditnehmer ein hoher unerwarteter Verlust entsteht, wird dadurch möglicherweise erheblich unterschätzt. Die Summe der Ausfallverluste würde unter dieser Annahme nämlich aufgrund des zentralen Grenzwertsatzes[12] mit zunehmender Anzahl der Kreditnehmer gegen eine um den erwarteten Verlust symmetrische Normalverteilung konvergieren. In der Realität weist die Verlustverteilung für Kreditrisiken dagegen regelmäßig statt einer solchen Symmetrie die in Abbildung 1 angedeutete Schiefe auf.

CreditRisk+ berücksichtigt die offensichtlich gegebene stochastische Abhängigkeit von Ausfallereignissen in einer Modellerweiterung, die einen in der Versicherungsmathematik verbreiteten und bereits auf Greenwood/Yule (1920) zurückgehenden Ansatz aufgreift. Dort wird eine zusammengesetzte Verteilung betrachtet, bei welcher der Parameter μ der Poissonverteilung selber wiederum als Zufallsvariable modelliert wird[13]. Die

[10] Vgl. zum Satz von Raikow Fisz (1980) S.175.
[11] Vgl. CreditRisk+ (1997) S.38 Gleichung (25). Ein konkretes Zahlenbeispiel findet man bei Rolfes (1999) S.410f.
[12] Der zentrale Grenzwertsatz besagt, dass die Verteilung einer Summe stochastisch unabhängiger Zufallsvariablen näherungsweise der Gaußschen Glockenkurve der Normalverteilung entspricht.
[13] Konkret erhält man, wenn für das Verteilungsgesetz von μ eine so genannte Gammaverteilung gewählt wird, als resultierende zusammengesetzte Verteilung die negative Binomialverteilung. Vgl. zu den mathematischen Einzelheiten auch die Darstellung bei Fisz (1980) S.199ff.

erwartete Häufigkeit von Kreditausfällen nimmt dabei je nach Konjunkturverlauf einen höheren oder niedrigeren Wert an, wobei sich aus dieser gemeinsamen Konjunkturabhängigkeit zugleich auch eine stochastische Abhängigkeit der Ausfallereignisse ergibt[14].

Im allgemeinen wird dabei kein global einheitlicher Konjunkturverlauf unterstellt, sondern verschiedene, möglicherweise unterschiedlich verlaufende Branchen- bzw. Länderkonjunkturen betrachtet. Dazu wird jeder Kreditnehmer i mit Hilfe bestimmter Gewichtungsfaktoren w_{ik} einem oder mehreren Sektoren k (Branchen/Länder) zugeordnet und der sektorspezifische Konjunkturverlauf jeweils durch so genannte Hintergrundvariablen $\tilde{X}_k$ abgebildet[15]. Die zufällige Ausfallwahrscheinlichkeit des Kreditnehmers i kann dann durch das folgende lineare Modell beschrieben werden:

$$\tilde{p}_i = w_{i1}\tilde{X}_1 + \ldots + w_{iK}\tilde{X}_K \tag{3}$$

Wird zum Beispiel nur ein einziger Sektor betrachtet (K = 1), dann gibt die entsprechende Hintergrundvariable die Schwankungen der Ausfallwahrscheinlichkeit in diesem Sektor wieder. Im allgemeinen Fall mit mehreren Sektoren sind die volatilen Ausfallwahrscheinlichkeiten dagegen als gewichtete Mittelwerte der verschiedenen Hintergrundvariablen gegeben.

Insgesamt erhält man ein zweistufiges Modell: Im ersten Schritt erfolgen zunächst die zufälligen Realisationen der Hintergrundvariablen, womit konkrete Werte für die bedingten Ausfallwahrscheinlichkeiten $\tilde{p}_i$ gemäß Formel (3) gegeben sind. Der zweite Schritt ist mit der Grundversion identisch, hier kommt es für gegebene Ausfallwahrscheinlichkeiten gemäß der Poissonverteilung zu einer konkreten Anzahl von Ausfällen. Durch volatile Ausfallwahrscheinlichkeiten wird also im Vergleich zur Grundversion zusätzliches Risiko erzeugt. CreditRisk+ berechnet die unbedingte Verlustverteilung,

---

[14] Angemerkt werden könnte, dass außer durch solche gemeinsamen Konjunktureinflüsse sich eine Abhängigkeit von Insolvenzereignissen auch auf mikroökonomischer Ebene durch Geschäftsbeziehungen ergeben kann. Ein mögliches Beispiel für solche Ansteckungsgefahren sind die berühmten Peanuts der Deutschen Bank beim Zusammenbruch des Bauimperiums von Jürgen Schneider, durch deren Aufwendung zahlreiche Handwerkerkonkurse vermieden wurden.

[15] Genauer werden paarweise unabhängige, jeweils gammaverteilte Hintergrundvariablen unterstellt. Eine stochastische Abhängigkeit der Ausfallraten kann sich also nur zwischen solchen Kreditnehmern ergeben, die gemeinsamen Sektoren zugeordnet werden. Zu den genauen Details vgl. CreditRisk+ (1997) S.41ff.

bei der die Wahrscheinlichkeit für eine bestimmte Verlusthöhe auch von den ex ante unbekannten Realisationen der Hintergrundvariablen abhängig ist. Es wird keine bestimmte, etwa aus aktuellen Konjunkturbeobachtungen abgeleitete Realisation der Hintergrundvariablen vorausgesetzt[16].

3. CreditMetrics

3.1 Grundstruktur von CreditMetrics

Ausgangspunkt von CreditMetrics sind die möglichen Schwankungen des Marktwertes einer Forderung aufgrund von Änderungen der Bonitätseinstufung. Dazu wird eine aus historischen Beobachtungen abgeleitete Migrationsmatrix herangezogen, die für jede durch ein bestimmtes Rating gegebene aktuelle Bonitätseinstufung jeweils die Wahrscheinlichkeiten dafür angibt, dass nach Ablauf eines Jahres der Schuldner das gleiche oder ein bestimmtes anderes Rating einschließlich Default D erhält. Zum Beispiel ist aus Abbildung 2 ersichtlich, dass ein Kreditnehmer mit dem aktuellen Rating A in einem Jahr mit einer Wahrscheinlichkeit von 7,4% nur noch über das Rating BBB verfügen wird.

Realistischerweise kann aber auch hier nicht davon ausgegangen werden, dass die Migrationsbewegungen stochastisch unabhängig sind. Die Wahrscheinlichkeit für bestimmte simultane Bonitätsänderungen zweier Kreditnehmer ist also nicht einfach gleich dem Produkt der entsprechenden Wahrscheinlichkeiten in der Migrationsmatrix. Um die stochastische Abhängigkeit der Migrationsbewegungen berücksichtigen zu können, wird deshalb angenommen, dass das Bonitätsurteil das Ergebnis eines zugrunde liegenden, mehr oder weniger abstrakten Asset-Value-Prozesses wiedergibt. Die Bonitätsmigrationen werden also als Wertänderungen des Vermögens des Kreditnehmers interpretiert. Ein bestimmtes zukünftiges Bonitätsurteil ergibt sich dabei genau dann, wenn die annahmegemäß normalverteilte Asset-Rendite in ein zugeordnetes, durch geeignet festgelegte Schranken definiertes Intervall fällt.

[16] Ein Beispiel für ein bedingtes, auf der Beobachtung makroökonomischer Daten beruhendes Modell ist CreditPortfolioView von McKinsey, vgl. Wilson (1997).

Abbildung 2: Migrationsmatrix (Quelle: CreditMetrics (1997) S.76)

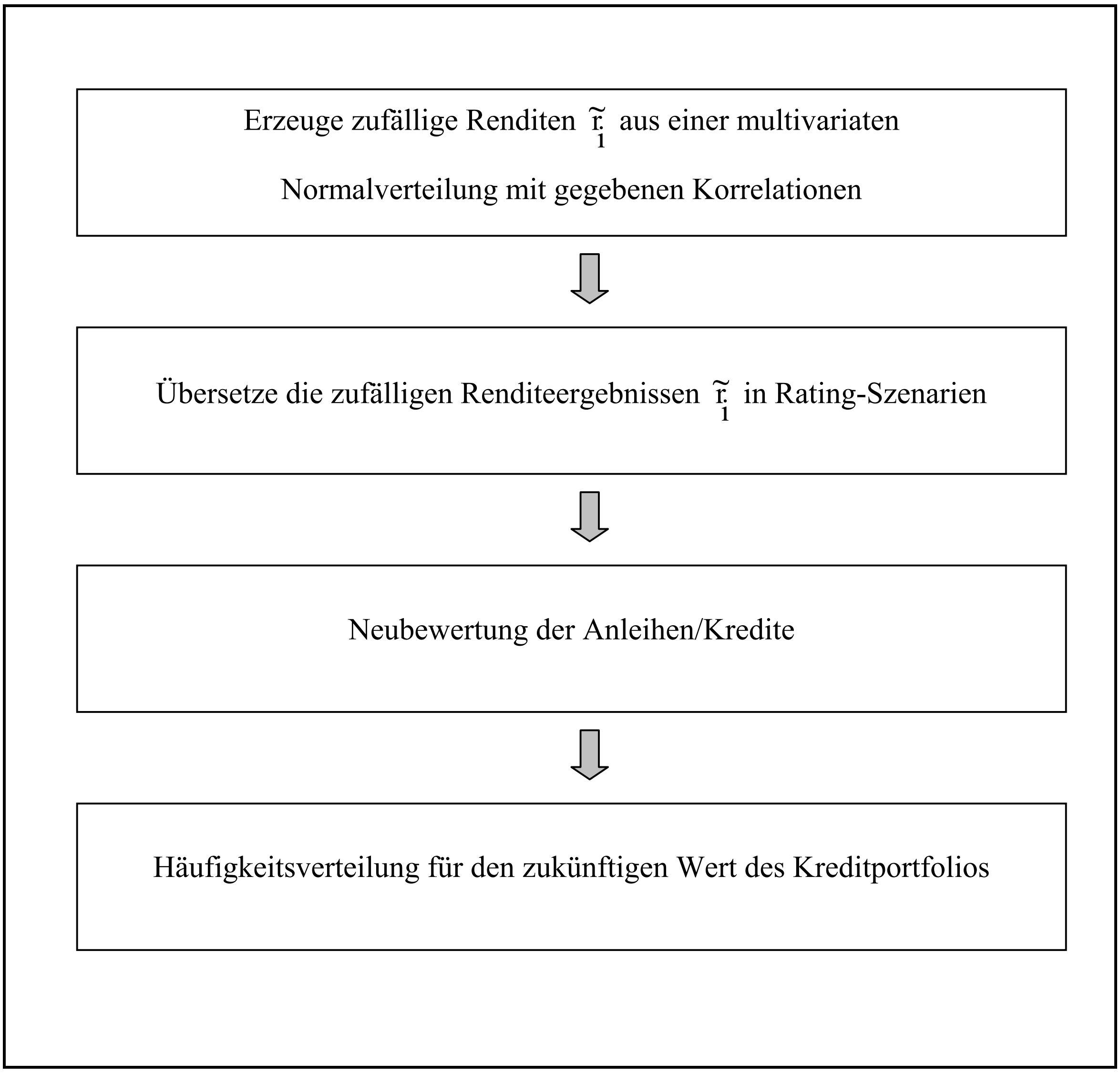
Aktuelles Rating:	**Rating in einem Jahr:**							
	AAA	AA	A	BBB	BB	B	C	D
AAA	87,74	10,93	0,45	0,63	0,12	0,10	0,02	0,02
AA	0,84	88,23	7,47	2,16	1,11	0,13	0,05	0,02
A	0,27	1,59	89,05	7,40	1,48	0,13	0,06	0,03
BBB	1,84	1,89	5,00	84,21	6,51	0,32	0,16	0,07
BB	0,08	2,91	3,29	5,53	74,68	8,05	4,14	1,32
B	0,21	0,36	9,25	8,29	2,31	63,89	10,13	5,58
C	0,06	0,25	1,85	2,06	12,34	24,86	39,97	18,60

Ein zukünftiges Rating BBB würde sich zum Beispiel genau dann ergeben, wenn die zufällige Realisation der Asset-Rendite unterhalb der Schranke Z_A liegt und gleichzeitig nicht kleiner ausfällt als Z_{BBB}. Die einzelnen Intervallschranken werden dabei jeweils genau so festgesetzt, dass die Wahrscheinlichkeit für ein bestimmtes zukünftiges Ratingurteil mit den Wahrscheinlichkeiten in der Migrationsmatrix übereinstimmt. Der darüber hinausgehende Vorteil dieser Konstruktion besteht darin, dass damit die stochastische Abhängigkeit der Migrationsbewegungen abgebildet werden kann. Dazu wird unterstellt, dass die Asset-Renditen der verschiedenen Kreditnehmer positiv korreliert sind. Bei börsennotierten Schuldnern können Annahmen über die Höhe dieser Korrelationen aus den Korrelationen der jeweiligen Aktienkurse abgeleitet werden[17].

CreditMetrics berechnet die Verlustverteilung mit dem Hilfsmittel der Monte-Carlo-Simulation. Die Arbeitsschritte werden durch Abbildung 3 verdeutlicht. Zunächst werden mit Hilfe eines geeignet konstruierten Generators von Zufallszahlen aus einer multivariaten Normalverteilung unter Maßgabe der vorausgesetzten Renditekorrelationen bei einem aus N Kreditnehmern bestehenden Portfolio N zufällige Asset-Renditen $\tilde{r}_i$ erzeugt. Diese Renditen werden anschließend entsprechend den vorab festgelegten Intervallschranken in Ratingurteile übersetzt, und aus dem jeweiligen zukünftigen Rating ergibt sich die neue Bewertung der Kreditforderung. Dieser Vorgang wird mehrere tausend Mal wiederholt, so dass man schließlich eine Häufigkeitsverteilung für den zukünftigen Marktwert des Kreditportfolios erhält.

[17] Damit geht die Korrelation der Marktwerte des Eigenkapitals und nicht die Korrelation der gesamten Unternehmensaktiva in das Modell ein. Dieser mögliche Nachteil wird aus Gründen der Datenverfügbarkeit in Kauf genommen.

Abbildung 3: Arbeitsschritte bei CreditMetrics



Das Verfahren benötigt eine Theorie für die Bewertung risikobehafteter Kreditforderungen. CreditMetrics benutzt die Barwertmethode, wobei für jede Bonitätskategorie jeweils eine besondere Zinsstrukturkurve vorgegeben wird, um die Risikozuschläge abzubilden[18]. Die Höhe dieser Risikoaufschläge sollte dabei grundsätzlich mit den sich aus der Migrationsmatrix ergebenden Wahrscheinlichkeiten für Bonitätsverschlechterungen und Insolvenz vereinbar sein[19]. Ein weiteres Problem bei der Bewertung von Forderungen ist, inwiefern bei den Risikoaufschlägen auch nach der Laufzeit zu differenzieren ist[20]. Theoretisch anspruchsvollere Methoden der Forderungsbewertung bedienen sich optionstheoretischer Modelle in der Tradition von Merton (1974), bei denen die Position der Gläubiger als Stillhalter einer Verkaufsoption auf die Assets des Kreditnehmers modelliert wird[21].

3.2 Asset-Value-Correlation-Modell

Wie bereits erwähnt, werden bei CreditMetrics als Renditekorrelationen die entsprechenden Aktienkurskorrelationen verwendet. Dabei wird allerdings in einem umfangreicherem Kreditportfolio die Anzahl der zu schätzenden Korrelationen schnell sehr groß, da für jeden zusätzlichen Kreditnehmer die Korrelation mit allen übrigen Kreditnehmern bestimmt werden muss. Werden die einzelnen Asset-Renditen dagegen im Rahmen eines Mehrfaktorenmodells durch die Entwicklung bestimmter Aktienindizes für verschiedene Sektoren (Branchen bzw. Länder) erklärt, dann muss für jeden Kreditnehmer jeweils nur durch die Wahl einer festen Anzahl von Gewichtungsfaktoren bestimmt werden, in welchem Umfang die Renditeentwicklung durch die verschiedenen Sektorindizes erklärt wird. Für die Asset-Rendite eines Kreditnehmers i wird deshalb folgender Zusammenhang unterstellt:

[18] Zinsänderungsrisiken werden an dieser Stelle, obwohl prinzipiell möglich, also nicht berücksichtigt.
[19] Vgl. Rolfes (1999) S.419.
[20] Häufig werden in Übereinstimmung mit den theoretischen Ergebnissen von Merton (1974) für gute (schlechte) Bonitäten mit der Laufzeit zunehmende (abnehmende) Risikoaufschläge unterstellt. Intuitiv kann dies damit begründet werden, dass bei Langläufern guter Bonität das Risiko einer späteren Bonitätsherabstufung hinzukommt, die bei vorfälligen Verkauf auch dann zu Verlusten führt, wenn der Emittent nicht zahlungsunfähig wird und früher fällige Kurzläufer vollständig zurückbezahlt werden. Für dieses bei jeweils gleicher Haltedauer zusätzliche Risiko eines Langläufers ist dann eine entsprechend höhere Prämie einzukalkulieren. Bei schlechter Bonität ist dagegen umgekehrt die Chance einer späteren Heraufstufung bei langen Laufzeiten größer als bei kurzen Laufzeiten. Vgl. hierzu auch aus empirischer Sicht Düllmann/Uhrig-Homburg/Windfuhr (2000), Heinke (2001) und aus theoretischer Sicht Zhou (2001).
[21] Der optionstheoretische Ansatz wird vor allem von der 1989 von Stephen Kealhofer, John McQuown und Oldrich Vasicek gegründeten KMV Corporation umgesetzt.

$$\tilde{r}_i = w_{i1}\tilde{X}_1 + \ldots + w_{iK}\tilde{X}_K + \hat{w}_i\tilde{\varepsilon}_i \qquad (4)$$

Dabei bilden die systematischen Faktoren $\tilde{X}_k$ die Entwicklung der verschiedenen Branchen- bzw. Länderindizes und $\tilde{\varepsilon}_i$ das mit den systematischen Variablen unkorrelierte unsystematische bzw. kreditnehmerspezifische Risiko ab. Das relative Verhältnis der Gewichte w_{ik} wird entsprechend der Branchen- und Länderzuordnung des Kreditnehmers i festgelegt, während $\hat{w}_i$ den Anteil der Renditeentwicklung wiedergibt, der nicht durch systematische Faktoren erklärt werden kann[22]. Die Gewichte werden außerdem so gewählt, dass nicht nur die systematischen und unsystematischen Faktoren, sondern auch die resultierenden Renditen $\tilde{r}_i$ jeweils einer standardisierten Normalverteilung mit Erwartungswert 0 und Varianz 1 unterliegen. Eine solche Wahl der Gewichte ist immer möglich, da die für eine solche Standardisierung gegebenenfalls erforderliche Lineartransformation die Korrelationen der Renditen nicht beeinflusst.

IV. Modellvergleich

Der Unterschied zwischen CreditRisk+ und CreditMetrics wird üblicherweise daran festgemacht, dass CreditRisk+ nur auf die Möglichkeit eines tatsächlichen Ausfalls abstellt, während CreditMetrics zusätzlich auch eventuelle Bonitätsänderungen berücksichtigt. Bei der mathematischen Modellierung wirkt sich dies dahingehend aus, dass bei CreditRisk+ ein bestimmter Kredit einen Verlust in ex ante bekannter Höhe LGD(i) verursacht oder nicht, während bei CreditMetrics mehr als zwei verschiedene zukünftige Bewertungen der einzelnen Kreditforderung möglich sind[23]. Insofern ist CreditMetrics zunächst als das allgemeinere Modell anzusehen.

Um einen unmittelbaren Modellvergleich durchführen zu können, soll deshalb ein reduziertes Zwei-Zustands CreditMetrics-Modell betrachtet werden, bei dem wie bei Cre-

[22] Vgl. im einzelnen dazu CreditMetrics (1997) S.97ff., Rolfes (1999) S.426f.
[23] CreditMetrics geht darüber hinaus für den Fall eines Ausfalls von stochastischen „Recovery Rates“ aus, für deren Verteilungsgesetz eine Betaverteilung unterstellt wird. Zu den Einzelheiten vgl. CreditMetrics (1997) S.80.

ditRisk+ nur zwischen Ausfall und Nicht-Ausfall unterschieden wird[24]. In einem solchen reduzierten CreditMetrics-Modell kommt es dann zu einem Ausfall, wenn die Asset-Rendite eine bestimmte kreditnehmerspezifische Insolvenzschwelle D_i unterschreitet:

$$\tilde{r}_i = w_{i1}\tilde{X}_1 + \ldots + w_{iK}\tilde{X}_K + \hat{w}_i\tilde{\varepsilon}_i < D_i \tag{5}$$

Die Insolvenzschwelle $D_i = N^{-1}(\overline{p}_i)$ ist bei standardnormalverteilten Asset-Renditen $\tilde{r}_i$ als Inverse der Standardnormalverteilung N( ), angewendet auf die Ausfallwahrscheinlichkeit $\overline{p}_i$ gegeben.

Geht man darüber hinaus davon aus, dass im Rahmen des Asset-Value-Correlation-Modells die Realisation der systematischen Faktoren $\tilde{X}_k$ jeweils zeitlich vor der Realisation des unsystematischen Risikos $\tilde{\varepsilon}_i$ erfolgt, dann lassen sich auch für CreditMetrics volatile, von der Realisation der systematischen Faktoren abhängige Ausfallwahrscheinlichkeiten formulieren. Für die bedingte, sich für eine bestimmte Realisation der systematischen Faktoren $\tilde{X}_k$ einstellende Ausfallwahrscheinlichkeit folgt dann aus Gleichung (5) bei standardnormalverteiltem unsystematischem Risiko $\tilde{\varepsilon}_i$:

$$\tilde{p}_i = N\left(\frac{N^{-1}(\overline{p}_i) - (w_{i1}\tilde{X}_1 + \ldots + w_{iK}\tilde{X}_K)}{\hat{w}_i}\right) \tag{6}$$

Es wird also unterschieden zwischen dieser bedingten Ausfallwahrscheinlichkeit $\tilde{p}_i$ und dem sich über mehrere Konjunkturzyklen hinweg ergebenden Mittelwert der Ausfallwahrscheinlichkeit $\overline{p}_i$.

[24] Vgl. auch Gordy (2000) S.125ff. Vorausgesetzt wird dann ein auch bei CreditMetrics ex ante bekannter nichtstochastischer „Loss Given Default“ LGD(i).

In Gleichung (6) übernehmen die systematischen Faktoren hinsichtlich der Steuerung der bedingten Ausfallwahrscheinlichkeiten bei CreditMetrics die gleiche Aufgabe wie die Hintergrundvariablen bei CreditRisk+ gemäß Gleichung (3). In beiden Modellen sind für gegebene Realisationen der $\tilde{X}_k$ die Ausfallereignisse stochastisch unabhängig. Unterschiede ergeben sich insofern also nur aufgrund abweichender Verteilungsannahmen (normalverteilte Asset-Renditen bei CreditMetrics und gammaverteilte Hintergrundfaktoren bei CreditRisk+) und dem jeweils anderen formelmäßigen Zusammenhang.

V. Diversifikation

1. Beseitigung unsystematischer Risiken durch Diversifikation

Unterstellt man die stochastische Unabhängigkeit von Ausfallereignissen, dann ist in einem vollkommen homogenen Portfolio aus N Krediten mit jeweils einheitlicher Ausfallwahrscheinlichkeit p die exakte Verteilung der Ausfälle durch eine Binomialverteilung gegeben, die für großes N durch eine Normalverteilung angenähert werden kann. Betrachtet man dagegen den Quotienten aus Anzahl der ausgefallenen Kredite und Gesamtzahl N der Kredite, dann geht die Standardabweichung $\sigma = \sqrt{p(1-p)/N}$ dieser Ausfallquote für großes N gegen Null. Die empirische Ausfallquote konvergiert deshalb stochastisch gegen die theoretische Ausfallwahrscheinlichkeit p.

Dieser Zusammenhang ist als Gesetz der großen Zahlen bekannt, wonach bei sehr vielen Versuchen die zu beobachtende durchschnittliche Trefferhäufigkeit (hier von Kreditereignissen) immer weniger von der theoretischen Trefferwahrscheinlichkeit abweichen wird. Bei einer ausreichend hohen Anzahl von Krediten wird der Quotient aus ausgefallenen Krediten und Gesamtzahl der Kredite also mit fast 100%-iger Sicherheit mit der jeweiligen theoretischen Ausfallwahrscheinlichkeit übereinstimmen[25]. Unsystematische bzw. kreditnehmerspezifische Risiken werden, wenn bei gegebener Realisation der bedingten Ausfallwahrscheinlichkeit die Voraussetzung der stochastischen Unabhängigkeit der Ausfallereignisse erfüllt ist, in einem solchen unendlich großen Kre-

---

[25] Bereits Schmidt (1986) S.249ff. hat durch eine Anwendung der Theorie der Portfolio-Selection gezeigt, dass bei Unkorreliertheit aus vielen einzelnen Ausfallrisiken eine sichere Gesamtposition entsteht.

ditportfolio vollständig durch Diversifikation beseitigt. Es verbleibt also lediglich das systematische Risiko. Für diese Eigenschaft der perfekten Diversifikation eines Kreditportfolios ist im Rahmen der neuen Basler Eigenkapitalvereinbarung (Basel II) auch der Begriff „unendliche Granularität" üblich geworden.

Bestehen bleibt also nur das Risiko, dass sich je nach Realisation der systematischen Faktoren bzw. Hintergrundvariablen $\tilde{X}_k$ eine höhere oder niedrigere bedingte Ausfallwahrscheinlichkeit einstellt[26]. Weisen zum Beispiel alle Kredite dasselbe Volumen und einen „Loss Given Default" von jeweils LGD = 100% auf, dann stimmen Ausfallquote und in Prozent des gesamten Kreditvolumens gemessene Ausfallverluste genau überein. In einem unendlich granularen Kreditportfolio sind dann durch die bedingte, sich für eine bestimmte Realisation des systematischen Risikos einstellende Ausfallwahrscheinlichkeit auch die prozentualen Ausfallverluste gegeben[27].

2. Vereinfachter Ansatz

Aus CreditMetrics erhält man eine explizite Lösung für die Summe aus erwartetem und unerwartetem Verlust, wenn nur ein einziger systematischer Faktor $\tilde{X}$ betrachtet wird. Das durch Gleichung (4) gegebene Asset-Value-Correlation-Modell vereinfacht sich dann wie folgt:

$$\tilde{r}_i = \sqrt{\rho}\ \tilde{X} + \sqrt{1-\rho}\ \tilde{\varepsilon}_i \qquad (7)$$

Dabei sind $\tilde{X}, \tilde{\varepsilon}_i$ wieder jeweils standardnormalverteilte Zufallsvariable, wobei die das kreditnehmerspezifische Risiko abbildenden Variablen $\tilde{\varepsilon}_i$ sowohl paarweise als auch vom systematischen Faktor $\tilde{X}$ unabhängig verteilt sind. Das Modell ist so formuliert,

[26] Vgl. dazu auch Finger (1999).
[27] Auch dann, wenn sich die Kredite hinsichtlich Ausfallwahrscheinlichkeit und „Loss Given Default" unterscheiden, kann ein analoges Ergebnis bewiesen werden: Unter hinreichenden Granularitätsannahmen folgt dann aus dem Gesetz der großen Zahlen, dass der Quotient aus tatsächlichen Ausfallverlusten und gesamten Kreditvolumen fast sicher mit dem entsprechenden erwarteten Verlust übereinstimmt. Vgl. im einzelnen dazu Gordy (2001) S.6f.

dass auch die Asset-Renditen $\tilde{r}_i$ standardnormalverteilt sind und sich für diese Renditen ein einheitlicher Korrelationskoeffizient ρ ergibt.

Für dieses vereinfachte Asset-Value-Correlation-Modell folgt für die bedingte, als Funktion des systematischen Faktors gegebene Ausfallwahrscheinlichkeit unmittelbar als Spezialfall aus Gleichung (6)[28]:

$$\tilde{p} = N\left(\frac{N^{-1}(\overline{p}) - \sqrt{\rho}\,\tilde{X}}{\sqrt{1-\rho}}\right) \tag{8}$$

Dabei ist $\overline{p}$ wiederum die im Durchschnitt für verschiedene Realisationen des systematischen Faktors, also über mehrere Konjunkturzyklen hinweg, zu beobachtende Ausfallwahrscheinlichkeit.

Wie gezeigt stimmt aufgrund des Gesetzes der großen Zahlen in einem homogenen, unendlich granularen Kreditportfolio mit einem „Loss Given Default" von jeweils LGD = 100% der Quotient aus tatsächlichen Ausfallverlusten und gesamten Kreditvolumen mit der jeweiligen bedingten Ausfallwahrscheinlichkeit genau überein. Es muss daher mit hinreichender Sicherheit gewährleistet sein, dass die bedingte Ausfallwahrscheinlichkeit in Abhängigkeit vom systematischen Faktor nicht größer ausfällt als die durch Zinsüberschuss und Eigenkapital gedeckte Summe aus erwartetem und unerwartetem Verlust, hier ebenfalls ausgedrückt in Prozent des gesamten Kreditvolumens. Die mathematische Bedingung hierfür lautet, wenn q die noch akzeptierte Insolvenzwahrscheinlichkeit der Bank ist:

$$\mathrm{Prob}(\tilde{p} > EL + UL) = q \tag{9}$$

---

[28] Der Index i entfällt, da hier der Einfachheit halber für alle Kreditnehmer dieselbe unbedingte Ausfallwahrscheinlichkeit $\overline{p}$ unterstellt wird. Die folgenden Überlegungen lassen sich aber unmittelbar verallgemeinern, wenn sich die Kreditnehmer hinsichtlich der Ausfallwahrscheinlichkeit unterscheiden. Aus dem Gesetz der großen Zahlen folgt dann die Konvergenz der Ausfallrate im Kreditportfolio gegen die durchschnittliche Ausfallwahrscheinlichkeit der Kreditnehmer, so dass man auch für die Summe aus erwartetem und unerwartetem Verlust einen entsprechenden Durchschnittswert erhalten würde.

Substituiert man die Formel (8) für die bedingte Ausfallwahrscheinlichkeit $\tilde{p}$, dann erhält man nach einigen Umformungen:

$$EL + UL = N\left(\frac{N^{-1}(\overline{p}) - \sqrt{\rho}\, N^{-1}(q)}{\sqrt{1-\rho}}\right) \tag{10}$$

Für den Grenzfall eines unendlich granularen Portfolios gelingt es also, eine explizite Formel für die Summe aus erwartetem und unerwartetem Verlust anzugeben. Die modellmäßig errechnete Kapitalanforderung ist dabei insbesondere von der unterstellten Korrelation ρ der Asset-Renditen abhängig. Für eine Korrelation von Null würde zum Beispiel der Einfluss des systematischen Faktors vollkommen entfallen, während zugleich die unsystematischen Risiken durch Diversifikation vollständig beseitigt werden. In diesem Fall würde mit Sicherheit ein Verlust in Höhe von $\overline{p}$ entstehen. Dagegen führen positive Korrelationen zu entsprechend höheren Kapitalanforderungen.

3. Anwendung beim internen Rating

Der Basler Ausschuss für Bankenaufsicht hat im Januar 2001 sein zweites Konsultationspapier zur Neuregelung der Eigenkapitalvereinbarung von 1988 veröffentlicht und darin einen auf internen Ratings basierenden Ansatz (IRB-Ansatz) vorgestellt. Der IRB-Ansatz berechnet das aufsichtsrechtliche Eigenkapital als Funktion der von der Bank intern geschätzten Ausfallwahrscheinlichkeit. Allerdings wurden die diesem Ansatz zugrunde liegenden modelltheoretischen Überlegungen vom Basler Ausschuss nicht im einzelnen dokumentiert.

Setzt man nun allerdings in die oben abgeleitete Gleichung (10) die vom Basler Ausschuss[29] für ein Nicht-Banken Kreditportfolio unterstellten Parameter $\rho = 0{,}2$ und $1\text{-}q = 99{,}5\%$ ein, dann erhält man:

$$EL + UL = N(1{,}118\ N^{-1}(\overline{p}) + 1{,}288) \tag{11}$$

[29] Vgl. Basler Ausschuss für Bankenaufsicht (2001) S.36. Die Spezifizierung der Parameter kann sich bis zur für Ende 2002 zu erwartenden endgültigen Fassung der neuen Eigenkapitalvereinbarung noch ändern.

Man erhält also genau die bei der Berechnung der Risikogewichte im IRB-Ansatz zur Anwendung kommende Formel. Der Ausdruck wird noch mit verschiedenen Faktoren multipliziert, die so kalibriert sind, dass sich bei einem pauschal vorgegebenen[30] „Loss Given Default" von LGD = 50% und einer Kreditlaufzeit von 3 Jahren dann ein Risikogewicht von 100% und somit ein Eigenkapitalerfordernis von 8% ergibt, wenn die Ausfallwahrscheinlichkeit auf 0,7% geschätzt wird. Im Ergebnis führt dies zu einer höheren aufsichtsrechtlichen Eigenkapitalanforderung, als es einer Insolvenzwahrscheinlichkeit von q = 0,5% entsprechen würde.

Wegen der Anwendung solcher Multiplikationsfaktoren wird letztlich nicht die absolute Höhe, sondern nur das relative Verhältnis der Eigenkapitalunterlegung der einzelnen Kredite aus einem theoretischen Modell abgeleitet[31]. Dies kann in Analogie zum Vorgehen beim Modellverfahren im Bereich der Marktrisiken gesehen werden, bei dem der mit einem bankinternen Modell berechnete Value at Risk ebenfalls noch mit bestimmten von der Bankenaufsicht vorgegebenen Zusatzfaktoren zu multiplizieren ist[32]. Offensichtlich wurde der IRB-Ansatz in der Erwartung entwickelt, dass zu einem späteren Zeitpunkt das Eigenkapitalerfordernis auch für Kreditrisiken mit Hilfe eines bankeigenen Modells bestimmt werden kann, so wie es heute bereits für die Marktrisiken möglich ist. Eine entsprechende Genehmigung der Aufsichtsbehörde vorausgesetzt, könnte die Summe aus erwartetem und unerwartetem Verlust dann statt durch Formel (11) mit Hilfe eines bankindividuellen Kreditrisikomodells ermittelt werden.

Implizit wird durch die erwähnten Multiplikationsfaktoren auch abgedeckt, dass ein reales Kreditportfolio nie unendlich granular sein kann und daher ein zusätzlicher Kapitalpuffer zur Abdeckung der verbleibenden, nicht vollständig wegdiversifizierten unsystematischen Risiken erforderlich ist. In der Realität trifft das Gesetz der großen Zahlen immer nur näherungsweise zu, so dass die tatsächliche Ausfallquote regelmäßig nicht exakt mit der jeweiligen bedingten Ausfallwahrscheinlichkeit übereinstimmen wird[33].

---

[30] Beim so genannten „Advanced Approach" werden dagegen auch für den „Loss Given Default", das „Exposure at Default" und die Laufzeit bankeigene Werte verwendet.
[31] So auch Deutsche Bundesbank (2001) S.38 FN 15.
[32] Das Modellverfahren für Marktrisiken ist im Grundsatz I über die Eigenmittel der Institute, § 32ff. geregelt. Vgl. auch Rau-Bredow (2001).
[33] Dabei unterliegen die Schwankungen der tatsächlichen Ausfallquote um die jeweilige bedingte Ausfallwahrscheinlichkeit in erster Näherung einer Normalverteilung, da diese sich aus sehr vielen sto-

Die pauschale Abdeckung dieses zusätzlichen Risikos durch die Multiplikationsfaktoren soll nach Basel II noch durch eine individuelle Granularitätsanpassung ergänzt werden, die je nachdem, ob das Portfolio eine über- oder unterduchschnittliche Granularität aufweist, positiv oder negativ ausfallen kann.

Bei dieser Granularitätsanpassung sind verschiedene, hier nicht im Einzelnen darzustellende Berechnungen durchzuführen. Angewendet wird dabei ein mathematisches Resultat von Gordy (2001), wonach das nicht wegdiversifizierte unsystematische Risiko umgekehrt proportional zur effektiven Anzahl der Kredite ist. Mit „effektiv" ist dabei die Berücksichtigung der möglicherweise unterschiedlich hohen Kreditvolumina gemeint. Die Höhe der aufsichtsrechtlich geforderten Eigenkapitalunterlegung ist damit nicht nur von den individuellen Eigenschaften eines einzelnen Kredites, sondern auch von der Gesamtstruktur des Kreditportfolios der Bank und von den darin möglicherweise enthaltenen Klumpenrisiken abhängig[34].

VI. Zusammenfassung und Ausblick

In diesem Beitrag wurden die von Seiten der Praxis in den letzten Jahren für das Kreditportfoliomanagement entwickelten Modelle betrachtet. Dazu wurde zunächst gezeigt, dass sich ein reduziertes Zwei-Zustands CreditMetrics Modell so umformulieren lässt, dass man ebenso wie bei CreditRisk+ volatile, von bestimmten Hintergrundfaktoren abhängige Ausfallwahrscheinlichkeiten erhält. Darüber hinaus stimmen in einem unendlich granularen Portfolio aufgrund des Gesetzes der großen Zahlen tatsächliche Ausfallquote und bedingte Ausfallwahrscheinlichkeit genau überein. Unsystematische Risiken werden damit vollständig wegdiversifiziert, so dass nur noch der Einfluss des systematischen Risikos verbleibt. Für CreditMetrics kann dann eine explizite Formel für die Summe aus erwartetem und unerwartetem Verlust angegeben werden, die zukünftig auch beim auf internen Ratings basierenden Ansatz bei der Berechnung des aufsichtsrechtlichen Mindestkapitals zur Anwendung kommen soll.

---

chastisch unabhängigen kreditnehmerspezifischen Risiken zusammensetzen und daher der zentrale Grenzwertsatz angewendet werden kann. Vgl. auch Abschnitt V.1.

[34] Zur Problematik von Großkrediten vgl. bereits Stützel (1964) Textziffer 86-88. Nur angedeutet sei darüber hinaus an dieser Stelle, dass die Vorschläge des Basler Ausschusses sich ausschließlich auf das

Abschließend seien einige Fragen angedeutet, die sich für die Forschung ergeben. Kreditportfoliomodelle fördern zunächst das Bewusstsein, dass es bei der Abwägung von Ertrag und Risiko nicht auf das Risiko in einem absoluten Sinne ankommt, sondern auf die Korrelation eines zusätzlich übernommenen Risikos mit den bereits bestehenden Risiken. Eine hier nicht näher betrachtete Fragestellung betrifft dann zum Beispiel die Höhe des marginalen Eigenkapitals, das aufgrund einer einzelnen Kreditvergabeentscheidung zusätzlich vorgehalten werden muss. Damit unmittelbar verbunden stellen sich Fragen nach der optimalen Allokation des knappen Bankeigenkapitals auf die verschiedenen Unternehmensbereiche, nach der Verrechnung der entsprechenden Kapitalkosten und schließlich nach der Ausgestaltung eines hieran gekoppelten Entlohnungssystems.

Literaturverzeichnis

Basler Ausschuss für Bankenaufsicht (2001): The Internal-Ratings Based Approach. Supporting Document to the New Basel Capital Accord. Download: www.bis.org

CreditMetrics (1997): Technical Document. J.P. Morgan. Download: www.riskmetrics.com

CreditRisk+ (1997): Technical Document. Credit Suisse Financial Products. Download: www.csfb.com/creditrisk

Crouhy, M.; Galai, D.; Mark, R. (2000): A Comparative Analysis of Current Credit Risk Models, in: Journal of Banking and Finance, Vol. 24, S.59-117.

Deutsche Bundesbank (2001): Monatsbericht April.

Düllmann, K.; Uhrig-Homburg, M.; Windfuhr, M. (2000): Risk Structure of Interest Rates: An Empirical Analysis for Deutschemark-Denominated Bonds, in: European Financial Management, Vol. 6, S. 367-388.

Federal Reserve Board (1998): Credit Risk Models at Major U.S. Banking Institutions: Current State of the Art and Implications for Assesments of Capital Adequacy. Working Paper. Download: www.federalreserve.gov/boarddocs/creditrisk

Finger, C.C. (1999): Conditional Approaches for CreditMetrics Portfolio Distributions, in: CreditMetrics Monitor, S.14-33. Download: www.riskmetrics.com

Fisz, M. (1980): Wahrscheinlichkeitsrechnung und mathematische Statistik, Berlin.

Anlagebuch der Bank beziehen und nicht auf die sich unter Einbeziehung des Handelsbuches ergebende Gesamtrisikoposition, vgl. dazu Kürsten (2001).

Gordy, M. B. (2001): A Risk-Factor Model for Rating-Based Capital Rules. Working Paper. Download: mgordy.tripod.com

Gordy, M. B. (2000): A Comparative Anatomy of Credit Risk Models, in: Journal of Banking and Finance, Vol. 24, S.119-149.

Greenwood, M., Yule, G.U. (1920): An Inquiry into the Nature of Frequency Distributions representative of Multiple Happenings with Particular Reference to the Occurence of Multiple Attacks of Disease or of Repeated Accidents, in: Journal of the Royal Statistical Society, Vol. 83, S.255-279.

Heinke, V. (2001): Determinanten der Bonitätsrisikoprämie bei der Emission internationaler DM-Anleihen, in: Zeitchrift für Bankrecht und Bankwirtschaft, 13. Jg., S. 252 – 270.

Kürsten, W. (2001): Marktrisiko des Handelsbuches einer Modell-Universalbank und adverse Regulierungseffekte des „neuen“ Grundsatzes I, in: Stützel, W. (Hrsg.), Moderne Konzepte für Finanzmärkte, Beschäftigung und Wirtschaftsverfassung, Tübingen, S. 63-80.

Merton, R. (1974): On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates, in: The Journal of Finance, Vol. 29, S.449-470

Rau-Bredow, H. (2001): Überwachung von Marktpreisrisiken durch Value at Risk, in Wirtschaftswissenschaftliches Studium, 30. Jg., S.315-319.

Rolfes, B. (1999): Gesamtbanksteuerung, Stuttgart.

Schmidt, H. (1986): Einzelkredit und Kreditportfeuille, in: B. Rudolph, J. Wilhelm (Hrsg.): Bankpolitik, finanzielle Unternehmensführung und die Theorie der Finanzmärkte, Festschrift für H.-J. Krümmel, Berlin, S. 245-259.

Wilson, T. (1997): Portfolio Credit Risk (I), (II), in: Risk, Vol. 10, No. 9, S.111-117, No. 10, S.56-62.

Zhou, C. (2001): The Term Structure of Credit Spreads with Jump Risk, in: Journal of Banking and Finance, Vol. 25, S. 2015-2040.